

## Doutoramento em Matemática – 2021/22 DM- FCUL

<https://fenix.ciencias.ulisboa.pt/degrees/matematica-564500436615371/descricao>

### 1. O Departamento de Matemática da FCUL & Investigação

<https://ciencias.ulisboa.pt/pt/dm>

Presidente: Prof. Fernando Ferreira

O Departamento: mais de 50 Docentes e Investigadores.

Centros de Investigação/Research Centers (R&D Units of the *Fundação para a Ciência e Tecnologia* - FCT):

CEAFEL - Ciências (Centro de Análise Funcional, Estruturas Lineares e Aplicações)

Coordenador: Prof. Fernando C. Silva

<https://ceafel.tecnico.ulisboa.pt/>

CEMAT - Ciências (Centro de Matemática Computacional e Estocástica)

Coordenadora: Prof. Carlota Rebelo Gonçalves

<http://cemat.ist.utl.pt/main.php>

CMAFcIO (Centro de Matemática, Aplicações Fundamentais e Investigação Operacional)

Coordenador: Prof. Luís Gouveia

<http://cmafcio.campus.ciencias.ulisboa.pt/>

GFM (Grupo de Física Matemática)

Coordenador: Prof. Jean-Claude Zambrini

<http://gfm.cii.fc.ul.pt/>

### 2. Financiamento

CMAFcIO: 3 bolsas de doutoramento (Junho 2021)

GFM: 2 bolsas de doutoramento (Maio-Junho 2021)

FCT: bolsas para PhD (Fevereiro/Março 22)

Emprego: possíveis posições de assistente no DM da FCUL ou em outras escolas do ensino universitário/politécnico. (Sugere-se a consulta de anúncios na BEP.)

### 3. Resumo da Estrutura (ver Plano de Estudos; see Study Plan)

**Ano 1:** Curso de Formação Avançada – CFA (60 ECTS)

1º. Semestre: 4 UC opcionais de 7,5 ECTS

2º. Semestre: 4 UC opcionais de 7,5 ECTS

Em cada semestre:

pelo menos um curso (Opção A)

+ 3 cursos ou Seminários Avançados (Opções A ou B) OU

+ 2 cursos ou Seminários Avançados (Opções A ou B) + 1 opção livre (com o acordo da Coordenação)

**Anos 2,3,4:** Tese (60ECTS/ano)  
É possível completar em 3 anos.

#### **4. Ano 1/1st Year- 2021/22**

Mais informação em: Plano de Estudos e [Cursos de Doutoramento em 2021/22 \(FCUL & IST\)](#)  
More information in: Study Plan and [PhD Courses for 2021/22 \(FCUL & IST\)](#)

Cursos Doutorais Oferecidos:

1º. Semestre:

1. Representação de Grupos (Carlos André)
2. Superfícies de Riemann e Modelos Integráveis (Davide Masoero)
3. Teoria dos Semigrupos Inversos (Gracinda Gomes)
4. Problemas de Evolução (José Francisco Rodrigues)
5. Equações Diferenciais Ordinárias e Funcionais (Carlota Rebelo + Teresa Faria)

2º. Semestre:

6. Cálculo das Variações (James Kennedy + Cristian Barbarosie + Nicolas Van Goethem)
7. Tópicos de Lógica Matemática (Fernando Ferreira)
8. Teoria de Modelos (Mário Edmundo)
9. Grupos Quânticos (Ângela Mestre)

Seminários Avançados 1,2,3 (1º. sem)

Seminários Avançados 4,5,6 (2º. sem)

Cursos do Mestrado em Matemática com Versão D (doutoral):

1º. Semestre:

10. Semigrupos, Autómatos e Linguagens (Mário Branco)
11. Sistemas Dinâmicos (Jorge Buescu)
12. Combinatória (Ma. Manuel Torres + Luís Gouveia)

2º. Semestre:

13. Anéis, Álgebras e Representações (Carlos André)
14. Biomatemática (Carlota Rebelo ou Alessandro Margheri)
15. Equações com Derivadas Parciais (Manuel Marques)
16. Grupos e Álgebras de Lie (Carlos Florentino ou Orlando Neto)

E ainda: Cursos doutorais do IST, à luz do protocolo existente.

Consultar a lista completa de cursos da FCUL e IST no link acima mencionado.

#### **5. Temas e Orientadores/Themes and Supervisors**

1. Orientador: **Carlos André**

##### **Supercharacter theories of groups and related Schur rings**

The representation theory of a linear unipotent group defined over a finite field is known to be a wild problem. However, a certain approximation (via supercharacter theories) to the classical representation theory has deserved special (and substantial) attention in recent years, and several PhD thesis were devoted to these supercharacter theories. More recently, some interest arose to study classical problems in the context of  $p$ -adic unipotent linear groups, and more generally to unipotent groups defined over self-dual local fields. More precisely, we aim to describe and investigate the main properties

of smooth and unitary representations and super-representations of this family of groups (compact and locally compact) and other related groups. We also aim to obtain relations with the notion of Schur rings (and decomposition schemes) over groups which has important applications in other areas such as Number Theory, Statistics and Combinatorics), and to extend the theory to special families of semigroups (namely, inverse semigroups).

### **Teorias de supercaracteres de grupos e anéis de Schur relacionados**

Sabe-se que a teoria da representação de um grupo linear unipotente definido sobre um corpo finito é um problema “selvagem”. No entanto, uma certa aproximação (via teoria de supercaracteres) da teoria clássica da representação tem merecido atenção especial (e substancial) nos últimos anos, e várias teses de doutorado foram dedicadas a essas teorias de supercaracteres. Mais recentemente, surgiu algum interesse em estudar problemas clássicos no contexto de grupos lineares unipotentes  $p$ -ádicos e, mais geralmente, em grupos unipotentes definidos em campos locais auto-duais. Mais precisamente, pretendemos descrever e investigar as propriedades principais das representações suaves e unitárias e super-representações destas família de grupos (compactos e localmente compactos) e de outros grupos relacionados. Pretendemos também obter relações com a noção de anéis de Schur (e de esquemas de decomposição) sobre grupos, que têm aplicações importantes em outras áreas como a Teoria dos Números, Estatística e Combinatória), e estender a teoria a famílias especiais de semigrupos (nomeadamente, semigrupos inversos).

## **2. Orientador: Carlos André**

### **Combinatorics of symmetrised tensors in the tensor power of Hilbert spaces**

Symmetry classes of tensors is a long-standing object of study in Multilinear Algebra, and very interesting combinatorics (such as the notion of rank partition) arose in connection with problems such as the annulment and the equality of symmetrised decomposable tensors. It was recently noticed that both problems have nice interpretations in the context of polynomial representations of the general linear group of a finite-dimensional vector space over an infinite field of characteristic zero. The goal of this project is to extend the known results to the context of a tensor power of an arbitrary infinite-dimensional vector space, and in particular to the tensor power of an Hilbert space. We also aim to consider infinite tensor powers of vector spaces, and to analyse the asymptotic behaviour of symmetry classes of “finite length” decomposable tensors.

### **Combinatória de tensores simetrizados na potência tensorial dos espaços de Hilbert**

Classes simétricas de tensores é um objeto de estudo de longa data em Álgebra Multilinear, e uma combinatória muito interessante (como a noção de partição-característica) surgiu em conexão com problemas como a anulação e a igualdade de tensores decomponíveis simetrizados. Foi observado recentemente que ambos os problemas têm boas interpretações no contexto de representações polinomiais do grupo linear completo de um espaço vetorial de dimensão finita sobre um corpo infinito de característica zero. O objetivo deste projeto é estender os resultados conhecidos ao contexto de uma potência tensorial de um espaço vetorial de dimensão infinita arbitrária e, em particular, à potência tensorial de um espaço de Hilbert. Também pretendemos considerar potências de tensores infinitos de espaços vetoriais, e analisar o comportamento assintótico de classes simétricas de tensores decomponíveis de “comprimento finito”.

## **3. Orientador: Cristian Barbarosie; co-orientadora: Anca-Maria Toader**

### **Técnicas de decomposição de domínios**

Ao resolver numericamente uma equação com derivadas parciais numa malha com muitos graus de liberdade, o problema torna-se numericamente pesado e é necessário aplicar técnicas de decomposição em subproblemas, conjugadas com programação paralela. Propomos estudar estas técnicas, avaliar comparativamente a sua eficácia e procurar melhorias ou generalizações.

### **Domain decomposition techniques**

When solving numerically a partial derivative equation on a mesh with many degrees of freedom, the problem becomes numerically heavy and one needs to decompose it into simpler subproblems and use parallel programming. We propose a study of these techniques, a comparative evaluation of their effectiveness and a search for improvements or generalizations.

## **4. Orientador: Cristian Barbarosie; co-orientadora : Anca-Maria Toader**

### **Propagação de interface e regeneração de malha**

Em otimização de forma é necessário variar a forma duma fronteira ou interface. A malha de elementos finitos deve acompanhar essa deformação. Este é um problema difícil, para o qual propomos uma abordagem baseada numa função de nível local (definida apenas numa vizinhança da interface). Em zonas longe da interface, queremos manter a malha regular (por exemplo, perfeitamente rectangular).

### **Interface propagation and mesh regeneration**

In shape optimization it is necessary to change the shape of a boundary or interface. The surrounding finite element mesh must go along with the desired deformation of the interface. This is a difficult problem, for which we propose an approach based on a local level function (defined only in the neighbourhood of the interface). Far from the interface, we want the mesh to remain regular (e.g. perfectly rectangular).

### **5. Orientador: Jorge Buescu**

#### **Transição de medidas e funções meromorfas**

O problema da transição de medidas para funções meromorfas em  $\mathbb{C}$  foi recentemente descrito e tratado (J. Buescu e A. Paixão 2020). Existem várias ramificações e generalizações que podem ser propostas como problemas de Doutoramento nas áreas de Análise Complexa (a uma ou várias variáveis) e Teoria da Medida.

#### **Measure transition and meromorphic functions**

The measure transition problem for meromorphic functions was recently described and dealt with (J. Buescu and A. Paixão 2020). Several ramifications and generalizations may be proposed as PhD-level problems in the areas of (one or several variables) Complex Analysis or Measure Theory.

### **6. Orientador: Marija Dodig**

#### **Completações de Matrizes e Teoria de Controlo**

Os problemas de completção de matrizes consistem em estudar as possíveis propriedades de matrizes parcialmente conhecidas. Estes problemas estão no cerne da teoria de controlo de sistemas dinâmicos lineares e, em particular, aparecem em questões envolvendo feedback, estabilidade e perturbações. Além disso, estes problemas estão relacionados com outras áreas, como combinatoria e teoria da representação, e levantam questões interessantes para todas as áreas envolvidas.

#### **Matrix Completions and Control Theory**

Matrix completion problems consist in determining the possible invariants and properties of partially prescribed matrices. These problems are at the core of control theory of dynamical systems, and in particular, they appear in questions involving feedback, stability, and perturbations. Moreover, studying properties and invariants of such matrices is strongly related with various different fields, like combinatorics and representation theory, and rise interesting questions in all of the involved fields.

### **7. Orientador: Pedro Miguel Duarte**

#### **Regularity of Lyapunov exponents**

This is an active research topic, with many interesting open problems, at the cross road of several mathematical fields like dynamical systems, ergodic theory, mathematical physics, number theory, probability and geometric group theory. The Lyapunov exponents measure the growth rate of linear cocycles, an important class of dynamical systems in ergodic theory with ubiquitous applications to Mathematics and Science. The general aim is to understand the catalysts and obstructions to quantitative regularity of the Lyapunov exponents as functions of the underlying dynamical system.

#### **Regularidade dos Expoentes de Lyapunov.**

Trata-se dum tópico de investigação bastante activo com muitos problemas abertos interessantes no cruzamento de várias áreas matemáticas como os sistemas dinâmicos, a teoria ergódica, a física matemática, a teoria dos números, as probabilidades e a teoria geométrica dos grupos. Os expoentes de Lyapunov medem a taxa de crescimento dos cociclos lineares, uma importante classe de sistemas dinâmicos em teoria ergódica com aplicações ubíquas em Matemática e Ciência. O objetivo geral é entender os catalisadores e as obstruções à regularidade quantitativa dos expoentes de Lyapunov como funções do sistema dinâmico subjacente.

### **8. Orientador: Teresa Faria**

#### **Global dynamics for non-autonomous delay differential equations**

Delay differential equations (DDEs) have been extensively used in population dynamics, neural networks, disease modelling, control theory and in a variety of other scientific fields. The research focuses on some aspects of the asymptotic behaviour of solutions of non- autonomous DDEs used as models in mathematical biology, namely the study of their persistence and permanence, existence and stability of periodic solutions.

### **Dinâmica global para equações diferenciais com atrasos não autónomas**

Equações diferenciais com atrasos têm sido usadas em dinâmica de populações, redes neuronais, modelação de doenças, teoria de controlo e em muitas outras áreas científicas. A investigação foca-se em alguns aspectos do comportamento assintótico de soluções de equações diferenciais com atrasos não autónomas usadas como modelos em biomatemática, nomeadamente a sua persistência e permanência, a existência e estabilidade de soluções periódicas.

#### **9. Orientador: Teresa Monteiro Fernandes**

##### **Aplicações da correspondência de Riemann-Hilbert para D-módulos relativos**

Em teoria de D-Módulos a correspondência de Riemann-Hilbert tem sido estudada em vários quadros desde os anos 70. Com generalização e aplicações interessantes recentes no caso de D-módulos relativos a uma projecção, há, neste caso, vários problemas em aberto, a estudar no âmbito de uma tese.

##### **Applications of the Riemann-Hilbert correspondence for relative D-Modules**

In D-Module theory the Riemann-Hilbert correspondence has been studied in several frameworks since the 70ies. Having been recently generalized to relative D-Modules associated to a projection, many interesting applications were found, giving birth to open problems which are adequate to a PhD thesis.

#### **10. Orientador: Fernando Ferreira**

##### **Explorações sobre a interpretação funcional limitada**

Teoria da demonstração, especialmente interpretações funcionais (e interpretação funcional limitada). Mineração de demonstrações, possivelmente acerca de teoremas de álgebra que envolvem ideais primos.

##### **Exploring the bounded functional interpretation**

Proof theory, specially functional interpretations (and bounded functional interpretation). Proof mining, possibly about theorems of algebra that involve prime ideals.

#### **11. Orientador: Rui Ferreira**

##### **Propriedades qualitativas de soluções de equações às diferenças fraccionárias**

O cálculo fraccionário é a teoria dos integrais e derivadas de ordem arbitrária. Teve origem em 1695 quando L'Hôpital inquiriu Leibniz sobre o significado que poderia ser atribuído a  $d^n f(x) / dx^n$  se  $n$  fosse uma fracção. O cálculo discreto juntamente com o estudo de equações às diferenças é uma teoria bem estabelecida e que encontra aplicações na modelagem de fenómenos económicos e biológicos. A fusão das duas teorias mencionadas no *cálculo fraccionário discreto e estudo das equações fraccionárias às diferenças* é um assunto de intensa investigação do século XXI. Neste projecto pretendemos desenvolver esta teoria estudando algumas das propriedades qualitativas das soluções de equações (às diferenças) lineares fraccionárias.

##### **Qualitative properties of the solutions of linear fractional difference equations**

The fractional calculus is the theory of integrals and derivatives of arbitrary order. It was born when, in 1695, L'Hôpital inquired Leibniz about what meaning could be ascribed to  $d^n f(x) / dx^n$  if  $n$  were a fraction. The discrete calculus together with the study of difference equations is a well established theory that is used in the modelling of economical and biological phenomena. The merge of these two theories into the *discrete fractional calculus and the study of fractional difference equations* is a matter of the XXI century and is currently a subject of intensive research. In this project we aim to develop the theory by studying some of the qualitative properties of the solutions of linear fractional difference equations.

#### **12. Orientador : Carlota Rebelo**

### **Equações diferenciais ordinárias e aplicações**

O candidato poderá escolher desenvolver a sua dissertação num tema mais abstracto ou num mais aplicado. No último caso uma possibilidade serão aplicações à dinâmica de populações. Métodos topológicos serão certamente utilizados mas simulações numéricas poderão ser também úteis para o estudo a desenvolver.

### **Ordinary differential equations and applications**

The candidate can choose to develop a thesis on more abstract results or more applied ones. In the last case applications to population dynamics can be a possible topic. In this dissertation topological methods will be strongly employed but also some numerical simulations can be used.

13. Orientador: José Francisco Rodrigues

### **Análise matemática de modelos dinâmicos não locais**

A limitação de modelos físicos locais clássicos conducentes a problemas não lineares para as equações com derivadas parciais, por um lado, e a crescente capacidade computacional de os resolver, por outro, tem vindo a colocar novos desafios à análise matemática dos modelos não locais do contínuo envolvendo equações de novo tipo com operadores integro-diferenciais associados a derivadas parciais fracionárias de Riesz. Desenvolvimentos recentes do cálculo vetorial não local conduzem a novos problemas variacionais que requerem novos espaços funcionais, em particular para modelos dinâmicos anisotrópicos e heterogéneos com leis não locais que aparecem em problemas de elasticidade e de materiais complexos com transição de fases.

### **Mathematical analysis of non-local dynamical models**

The limitation of classical local physical models leading to nonlinear problems for partial differential equations, on the one hand, and the increasing computational capacity to solve them, on the other hand, are setting new challenges to the mathematical analysis of nonlocal continuum models involving equations of new type with integro-differential operators associated with distributional Riesz fractional partial derivatives. Recent developments in nonlocal vector calculus lead to new variational problems that require new functional spaces, in particular for anisotropic and heterogeneous dynamic models with nonlocal laws that appear in problems of elasticity and complex materials with phase transitions.

## **6. Comissões Científica e Pedagógica**

Comissão Científica:

Teresa Faria (coordenadora)

Carlos André (co-coordenador)

Jorge Buescu

Representantes dos Doutorandos:

Paulo Rocha

Luís Sampaio

Teresa Faria

Junho, 2021