

DM-FCUL, 2025/26

Doutoramento em Matemática/PhD in Mathematics

Prazos de candidatura: <https://ciencias.ulisboa.pt/pt/candidaturas-doutoramentos>

Applications deadlines: <https://ciencias.ulisboa.pt/en/applications-doctoral-programmes>

1ª fase/1st period: 1 Julho a 18 de Agosto de 2025

2ª fase/2nd period: 2 de Dezembro de 2025 a 16 de Janeiro de 2026

1st period: July 1 to August 18, 2025

2nd period: December 1, 2025 to January 16, 2026.

Plano de Estudos /Study Plan

Consultar o *flyer* disponibilizado e página web do Doutoramento em Matemática.

See the flyer and the webpage of the PhD in Mathematics.

O **Projecto de Investigação** (30 ECTS) é obrigatório, no 1º semestre de inscrição no Programa Doutoral.

The **Research Project** (30 ECTS) is mandatory, in the 1st semester of the Doctoral Program.

Cursos Doutorais opcionais para 2025/26/optative PhD Courses for 2025/26

Sem 1. Symmetric Functions and Applications - Marko Stošić

Sem 2. Nonlinear Schrödinger equation and applications – Jean-Baptiste Casterras

Sem 2. Computational Complexity - Bruno Loff

+ optative courses from the Master in Mathematics of DM-FCUL:

Semigroups, Automata and Languages (Sem1) – Mário Branco

Combinatorics (Sem1) – Luis Gouveia e M. M. Torres

Ergodic theory (Sem1) – Pedro Duarte

Lie Groups and Algebras (Sem1) – Marko Stosic

Proofs, Computability, Complexity (sem 1) – Bruno Loff

Algebraic Number Theory (Sem2) – Carlos André

Computational Linear Algebra (Sem2) – M. M. Torres, L. Sequeira, C. Albuquerque

Biomathematics (Sem2) – A. Margheri e C. Rebelo

Partial Differential Equations (Sem2) – J. F. Rodrigues

Advanced Topics in Geometry (Sem2) – Giulio Ruzza

Ver também/see also:

<https://fenix.ciencias.ulisboa.pt/degrees/matematica-564500436615368/paginas-de-disciplinas>

<https://fenix.ciencias.ulisboa.pt/degrees/matematica-564500436615368/paginas-de-disciplinas>

+ courses PhD/MSc in Mathematics from IST.

Títulos e Orientadores de temas propostos para Doutoramentos 25/26

PhD Titles and supervisors proposed for 25/26

(PT) Para 2025/26, estão previstas orientações em novas áreas científicas, em virtude da contratação recente de novos professores de carreira.

Para além da lista abaixo, os candidatos a doutoramento são livres de contactar directamente os professores e investigadores do Departamento de Matemática, tendo em vista uma eventual orientação de tese de doutoramento.

(EN) For 2025/26, supervisions in new scientific areas are planned, due to the recent recruitment of new tenured professors.

In addition to the list below, PhD candidates are free to contact professors and researchers of the Department of Mathematics directly, with a view to possible supervision of a doctoral thesis.

Orientadores: Jorge Buescu e Cristina Serpa

Título: Análise e Modelação Fractal para dados financeiros

Estudo das funções fractais enquanto modeladoras da realidade financeira - da perspectiva teórica às suas aplicações práticas. O estudo inclui a identificação matemática de padrões de auto-semelhanças e das respectivas medidas não-inteiras, tais como a dimensão de Hausdorff.

Title: Fractal Analysis and Modeling for Financial Data

Study of fractal functions as models of financial reality - from the theoretical perspective to its practical applications. The study includes the mathematical identification of self-similarity patterns and their non-integer measures, such as the Hausdorff dimension.

Orientador: Jean-Baptiste Casteras

Title 1: Bifurcation analysis of a second order elliptic equation with Moser-Trudinger nonlinearity.

It is well-known that, for any bounded open subset of $\mathbb{R}^2$, there is no Sobolev embedding between $H^1(\Omega)$ and L^∞ . However, it is possible to gain some exponential integrability, this is the so-called Moser-Trudinger inequality. We propose to study an elliptic PDE involving this Moser-Trudinger nonlinearity and Neumann boundary condition. After a bifurcation analysis, we plan to construct singular solutions in dimension 2 and also in higher dimensions. More precisely, we will focus on multi-layer solutions and blowing-up solutions.

Título 1: Análise de bifurcação de uma equação elíptica de segunda ordem com não linearidade de Moser-Trudinger.

É bem conhecido que, para qualquer subconjunto aberto limitado de $\mathbb{R}^2$, não há incorporação de Sobolev entre $H^1(\Omega)$ e L^∞ . Porém, é possível obter alguma integrabilidade exponencial, esta é a chamada desigualdade de Moser-Trudinger. Propomos estudar uma EDP elíptica envolvendo esta não-linearidade de Moser-Trudinger e condição de contorno de Neumann. Após uma análise de bifurcação, planeamos construir soluções singulares na dimensão 2 e também em dimensões superiores. Mais precisamente, focar-nos-emos em soluções multi-camadas e *blowing-up* soluções.

Title 2: On a fourth order SPDE.

Following the works of Martin Hairer on the regularity structure of parabolic stochastic PDEs, the analysis of dispersive stochastic PDEs is becoming very popular these days. As for parabolic equations, the main difficulty is to make sense of the term involving noise which is extremely irregular. We propose to study a fourth order Schrödinger equation with a multiplicative white noise.

Título 2: Sobre uma EDP estocástica de quarta ordem.

Seguindo os trabalhos de Martin Hairer sobre a estrutura de regularidade de EDPs estocásticas parabólicas, a análise de EDPs estocásticas dispersivas é um tópico muito popular atualmente. Quanto às equações parabólicas, a principal dificuldade é dar sentido ao termo que envolve ruído, que é extremamente irregular. Propomos estudar uma equação de Schrödinger de quarta ordem com ruído branco multiplicativo.

Title 3: Soliton resolution conjecture for the critical nonlinear Schrödinger equation.

The soliton resolution conjecture asserts that any solution of the critical Schrödinger equation should behave asymptotically as a sum of bubbles and a radiation term. This conjecture is totally open for the

Schrödinger equation but it was very recently proved for the wave equation. To make some progress on it, we propose to construct blowing-up solutions in finite and infinite time.

Título 3: Conjectura de resolução Soliton para a equação de Schrödinger não linear crítica.

A conjectura da resolução soliton afirma que qualquer solução da equação crítica de Schrödinger deve se comportar assintoticamente como uma soma de bolhas e um termo de radiação. Esta conjectura está totalmente em aberto para a equação de Schrödinger, mas foi recentemente provada para a equação de onda. Para fazer algum progresso nisso, propomos construir soluções explosivas em tempo finito e infinito.

Orientador: **Pedro M. Duarte**

Title: **Regularity of Lyapunov exponents.**

This is an active research topic, with many interesting open problems, at the cross road of several mathematical fields like dynamical systems, ergodic theory, mathematical physics, number theory, probability and geometric group theory. The Lyapunov exponents measure the growth rate of linear cocycles, an important class of dynamical systems in ergodic theory with ubiquitous applications to Mathematics and Science. The general aim is to understand the catalysts and obstructions to quantitative regularity of the Lyapunov exponents as functions of the underlying dynamical system.

Título: Regularidade dos Expoentes de Lyapunov

Trata-se dum tópico de investigação bastante activo com muitos problemas abertos interessantes no cruzamento de várias áreas matemáticas como os sistemas dinâmicos, a teoria ergódica, a física matemática, a teoria dos números, as probabilidades e a teoria geométrica dos grupos. Os expoentes de Lyapunov medem a taxa de crescimento dos cociclos lineares, uma importante classe de sistemas dinâmicos em teoria ergódica com aplicações ubíquas em Matemática e Ciência. O objetivo geral é entender os catalisadores e as obstruções à regularidade quantitativa dos expoentes de Lyapunov como funções do sistema dinâmico subjacente.

Orientador: **Teresa Faria**

Título: Dinâmica global de equações diferenciais com atrasos não autónomas

Equações diferenciais com atrasos têm sido usadas em dinâmica de populações, redes neuronais, modelação de doenças, teoria de controlo e em muitas outras áreas científicas. A investigação foca-se em alguns aspectos do comportamento assintótico de soluções de equações diferenciais com atrasos não autónomas usadas como modelos em biomatemática, nomeadamente a sua persistência e permanência, a existência e estabilidade de soluções periódicas.

Title: Global dynamics for non-autonomous delay differential equations

Delay differential equations (DDEs) have been extensively used in population dynamics, neural networks, disease modelling, control theory and in a variety of other scientific fields. The research focuses on some aspects of the asymptotic behaviour of solutions of non- autonomous DDEs used as models in mathematical biology, namely the study of their persistence and permanence, existence and stability of periodic solutions.

Orientador: **Haleh Hamdi**

Title 1: Multiplicative ideal theory in the context of w-module theory

Multiplicative ideal theory explores the characterization of the multiplicative structure of an integral domain through the study of its ideals or specific systems of ideals. A significant tool in this area is the concept of star operations, introduced by W. Krull in 1936. One well-known star operation is the w-operation which plays an important role in establishing a connection between the hereditary torsion theory and multiplicative ideal theory. Our goal is to study perinormal domains, a class of integral domains introduced by N. Epstein and J. Shapiro, characterized by the property that all of their overrings satisfying the going-down property are flat. Motivated by the concept of w-going-down domains, introduced by D.E. Dobbs and P. Sahandi, we aim to explore a new generalization of perinormal domains with respect to the w-operation.

Título 1: Teoria de ideais multiplicativos no contexto da teoria de módulos-w

A teoria de ideais multiplicativos explora a caracterização da estrutura multiplicativa de um domínio integral através do estudo de seus ideais ou sistemas específicos de ideais. Uma ferramenta significativa nessa área é o conceito de operações estrela, introduzido por W. Krull em 1936. Uma operação estrela bem conhecida é a operação-w, que desempenha um papel importante no estabelecimento de uma ligação entre a teoria da torção hereditária e a teoria de ideais multiplicativos. O nosso objetivo é estudar domínios perianormais, uma classe de domínios de integridade introduzida por N. Epstein e J. Shapiro, caracterizada pela propriedade de que todos os seus sobre-anéis que satisfazem a propriedade descendente são planos. Motivados pelo conceito de domínios w-going-down, introduzido por D.E. Dobbs e P. Sahandi, pretendemos explorar uma nova generalização de domínios perianormais em relação à operação-w.

Title 2: Multiplicative ideal theory in the context of graded integral domains

The main goal is to explore what extent conditions on the homogeneous elements or ideals of a graded integral domain carry over to all elements or ideals of that domain. As a consequence, new class of graded integral domains will be introduced. The fundamental tools used in this context are star operations, with particular emphasis on the w-, t-, and v-operations. We aim to investigate the graded analogue of the generalization of perinormal domains constructed with respect to the w-operation in Title 1.

Título 2: Teoria de ideais multiplicativos no contexto de domínios de integridade graduados

O objetivo principal é explorar até que ponto as condições nos elementos homogêneos ou ideais de um domínio integral graduado são transferidas para todos os elementos ou ideais desse domínio. Como consequência, será introduzida uma nova classe de domínios de integridade graduados. As ferramentas fundamentais utilizadas neste contexto são as operações em estrela, com ênfase particular nas operações w, t e v. O nosso objetivo é investigar o análogo graduado da generalização de domínios perianormais construída em relação à operação w do Título 1.

Orientador: Florian Pausinger

Title: Analysis of time series data via topological data analysis

The main aim of this project is to develop mathematical and computational tools based on topological data analysis (TDA) to monitor and evaluate spatial time-series data; to understand the key factors driving change in a complex system; and to develop and explore different future scenarios for the underlying complex system. TDA stands for a collection of powerful (algebraic) tools to detect and quantify shape and structure in data. The idea is to assign a so-called topological signature to an individual data set, which captures and visualises key structural information. Such signatures can be used to analyse spatial time series data and, in particular, to detect and predict change. One particular strength of TDA and the main reason for its recent success in data analysis and machine learning is its ability to represent highly non-linear dependencies in big data (e.g. in land use data, predictive maintenance or financial data).

In short, we plan to utilise and extend key ideas of TDA (see [1]) to address the following questions: How to reveal early-warning signs of change in complex systems and how to accurately project it in general? See [2].

How to identify such warning signs in the underlying topological characteristics of the related time series data?

How to develop different future scenarios to project how complex systems evolve based on previous observations?

References

[1] E. Munch A User's Guide to Topological Data Analysis J. of Learning Analytics 4(2), 2017. [2] M. Scheffer et al, Early-warning signals for critical transitions, Nature vol 461(3), 2009.

Título: Análise de dados de séries temporais através da análise de dados topológicos

O principal objetivo deste projeto é desenvolver ferramentas matemáticas e computacionais baseadas em análise topológica de dados (TDA) para monitorar e avaliar dados de séries temporais espaciais; compreender os principais fatores que impulsionam a mudança num sistema complexo; e desenvolver e explorar diferentes cenários futuros para o sistema complexo subjacente. TDA significa uma coleção de ferramentas (algébricas) poderosas para detetar e quantificar a forma e a estrutura em dados. A ideia é atribuir uma chamada assinatura topológica a um conjunto de dados individual, que captura e visualiza informações estruturais importantes. Essas assinaturas podem ser usadas para analisar dados de séries temporais espaciais e, em particular, para detetar e prever alterações. Um ponto forte específico da TDA e a principal razão para seu sucesso recente em análise de dados e *machine learning* é sua capacidade de representar dependências altamente não lineares em *big data* (por exemplo, em dados de uso do solo, manutenção preditiva ou dados financeiros).

Planeamos utilizar e estender as principais ideias do TDA (ver [1]) para abordar as seguintes questões: Como revelar sinais de alerta precoce de mudança em sistemas complexos e como projetá-los com precisão em geral? Ver [2].

Como identificar tais sinais de alerta nas características topológicas subjacentes dos dados de séries temporais relacionadas?

Como desenvolver diferentes cenários futuros para projetar a evolução de sistemas complexos com base em observações anteriores?

References

[1] E. Munch A User's Guide to Topological Data Analysis J. of Learning Analytics 4(2), 2017. [2] M. Scheffer et al, Early-warning signals for critical transitions, Nature vol 461(3), 2009.

Orientador: **Giulio Ruzza**

Title 1: **ASYMPTOTIC PROBLEMS IN INTEGRABLE EQUATIONS AND DETERMINANTAL POINT PROCESSES**

Determinantal point processes are stochastic processes in which correlation functions have a determinantal structure. They appear in a wide range of exactly solvable models, for example random matrix theory and random tiling models. Recently, their multiplicative statistics have been subject of interest owing to their connections with various different models, such as the Kardar--Parisi--Zhang equation, or polynuclear growth models. The goal of the project is to explore and establish connections to integrable equations and to prove asymptotic properties for multiplicative statistics of some determinantal point processes (both continuous and discrete).

Orientadores: **Giulio Ruzza and Giordano Cotti**

Title 2: **Givental group action on moduli of Frobenius manifolds**

Cohomological Field Theories, invented by Kontsevich and Manin, are a cornerstone of modern Enumerative Geometry and Mathematical Physics. They find their simplest geometric expression in the Frobenius manifold structure, defined by any solution to the Witten--Dijkgraaf--Verlinde--Verlinde overdetermined system of PDEs. These theories find applications in Singularity Theory, Symplectic Topology, and Algebraic Geometry. The Givental group allows one to reconstruct a Cohomological Field Theory from simpler data, thus serving as a crucial tool for their study. The project aims to make explicit the Givental group action solely on the moduli data of simpler Frobenius structures.

Orientador: **Makson Santos**

Title: **Regularity theory for fully nonlinear nonlocal equations with measurable ingredients**

Although the study of fully nonlinear nonlocal equations is relatively recent, it is already well established that the gradient of viscosity solutions is Hölder continuous when the right-hand side is bounded. Much less is known when the right-hand side is unbounded and belongs only to a Lebesgue space. We propose investigating key analytical properties, such as Harnack inequalities, ABP estimates, and regularity theory, for solutions to fully nonlinear nonlocal equations with unbounded right-hand side.

Título: Teoria de regularidade para equações não locais totalmente não lineares com ingredientes mensuráveis

Embora o estudo de equações totalmente não-lineares não-locais seja relativamente recente, já está bem estabelecido que o gradiente das soluções de viscosidade é Hölder contínuo quando o lado direito da equação é limitado. Pouco se sabe quando o lado direito da equação é ilimitado e pertence apenas a um espaço de Lebesgue. Nós propomos o estudo de propriedades analíticas fundamentais, como a desigualdade de Harnack, estimativas do tipo ABP e a teoria da regularidade, para soluções de equações totalmente não-lineares não-locais com o lado direito da equação não limitado.

Orientador: **Marko Stošić**

Title: Quantum and homological knot invariants, and quivers

In this PhD thesis, the polynomial quantum knot invariants will be studied (like colored HOMFLY-PT invariants), as well as their categorifications.

The goals include the study of the properties of these invariants, and the relationship with the Donaldson-Thomas invariants of quivers.

Título: Invariantes quânticas e homológicas de nós, e os quivers

Nesta tese de doutoramento as invariantes quânticas vão ser estudadas (como por exemplo as invariantes de HOMFLY-PT coloridas), juntamente com as categorificações deles. Os objetivos principais consistem em estudo das propriedades dessas invariantes, juntamente com o relacionamento com os invariantes de Donaldson-Thomas de quivers.

Orientador: **Nicolas van Goethem**

Title 1: Study of a problem in hydrodynamics: variants of Navier-Stokes

We start our study with the paper G. Prouse, On a Navier-Stokes type equation, in: Nonlinear analysis. A tribute in honour of Giovanni Prodi. Pisa: Scuola Normale Superiore. 289– 305 (1991), where existence and uniqueness is proved for a variant of Navier-Stokes. We will investigate the mathematical and physical properties of such a model in the classical deterministic setting. Further study of a Stochastic version will also be explored. This topic requires studies both in Mathematics (PDE) and in Physics and Fluid mechanics.

Internal collaborations with researchers of CEMS.UL working on mathematical hydrodynamics will be encouraged.

Title 2: Study of deformations in elastic bodies: an approach via the incompatibility operator We study elasto-plastic deformations relying on the incompatibility operator (a double curl acting on the deformation tensor). This is a new, multi-disciplinary, approach requiring to work in Analysis (PDE), Numerical analysis, Scientific computations and Solid mechanics. The work will start by studying the paper S. Amstutz and N. Van Goethem, A second-order model of small-strain incompatible elasticity, Mathematics and Mechanics of Solids, 29(3), pp. 503-530, (2024), and all related publications. Collaborators in Spain, France and USA are an option.

Title 3: Study of functions with A-bounded variation: application to bounded deviatoric deformations and plasticity

We study generic classes of PDE where some differential operators take values in a measure space, and analyze the fine properties of the solutions. As an application we consider a space, of functions of bounded deviatoric deformations, which is used in Elasto-plasticity, and consider problems in homogenization, such as done in M. Caroccia, M. Focardi, N. Van Goethem, On integral representation of local energy functionals on BD, SIAM J. Math. Anal., 52(4), 4022-4067.

This topic required study in Analysis, PDE and Calculus of variations, and some knowledge in Mechanics. Collaborations in Italy, France and Belgium are an option.

May 12, 2025