

# Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa

## Doutoramento em Matemática (2016/2017)

## PhD Program in Mathematics (2016/2017)

O Departamento de Matemática oferece um Programa Doutoral (3º ciclo) em Matemática, composto por um curso de doutoramento (**Curso de Formação Avançada**), organizado em unidades curriculares e a decorrer no **primeiro ano** letivo, e pela elaboração de uma **tese** com trabalho de investigação original, nos **três anos** letivos seguintes. Este programa é dirigido, essencialmente, a estudantes que possuam um 2º ciclo em Matemática ou numa área afim. Está preparado para receber alunos de todo o mundo e, em particular, de países de língua portuguesa. Os seus alunos poderão concorrer ao programa de bolsas de doutoramento da Fundação para a Ciência e a Tecnologia (FCT) <http://www.fct.pt/apoios/bolsas/concursos> ou candidatar-se a bolsas de doutoramento associadas aos centros de investigação. A Comissão Coordenadora do Programa Doutoral é constituída pela Professora [Teresa Monteiro Fernandes](#), Coordenadora.

Este programa doutoral está associado ao programa doutoral do Departamento de Matemática do Instituto Superior Técnico no âmbito do Programa LisMath (Lisbon Mathematics PhD, [lismath.ulisboa.pt](http://lismath.ulisboa.pt)) financiado pela FCT, reunindo-se assim dois dos principais programas de doutoramento em Matemática em Portugal, oferecidos por duas instituições de ensino da atual Universidade de Lisboa: a Faculdade de Ciências e o Instituto Superior Técnico. Este programa prevê a atribuição de 9 bolsas por ano, ao longo de 4 anos.

<https://ciencias.ulisboa.pt/pt/oferta-formativa/curso/doutoramento/matematica>

The Department of Mathematics offers a doctoral program (3rd cycle) in Mathematics. The first year consists of doctoral courses (**Curso de Formação Avançada**), taken for credit. The remaining three years are dedicated to the elaboration of a doctoral thesis, with original research. The program is mainly directed to students with a Master course in Mathematics (2nd cycle), or similar area. It is prepared to receive students from all over the world and, in particular, from portuguese speaking countries. Prospective students can apply for financing in Fundação para a Ciência e Tecnologia (FCT) <http://www.fct.pt/apoios/bolsas/concursos> or to scholarships associated to research centers. The coordinators of the program is Professor [Teresa Monteiro Fernandes](#).

This doctoral program is associated to the doctoral program of the Department of Mathematics of Instituto Superior Técnico by means of a scholarship program called LisMath ([lismath.ulisboa.pt](http://lismath.ulisboa.pt)). This scholarship program is financed by FCT and brings together two of the main doctoral programs in Mathematics in Portugal, both offered by institutions of the Universidade de Lisboa: Faculdade de Ciências and Instituto Superior Técnico. It is planned that 9 PhD scholarships will be offered per year, during four years.

<https://ciencias.ulisboa.pt/en/oferta-formativa-0/curso/doutoramento/matematica>

[Flyer](#)

## Lista de cursos opcionais do Curso de Formação avançada\*/optional courses:

(\*) Sujeita a disponibilidade do DM / Subject to availability in DM

***Nota: Os cursos oferecidos em 2016/2017 estão identificados por caracteres vermelhos.***

***Remark: The courses offered in 2016/2017 are identified by red characters.***

- **Cálculo das Variações e Optimização / Calculus of Variations and Optimization**

**Objetivos:** Familiarização com as técnicas do cálculo das variações e da otimização, com a sua aplicação a problemas concretos e com a sua implementação numérica.

**Purpose:** Familiarization with techniques of calculus of variations and optimization, their application to real-world problems and their numerical implementation.

- **Equações Diferenciais Ordinárias e Funcionais / Ordinary and Functional Differential Equations**

**Objetivos:** Nesta disciplina complementam-se conhecimentos adquiridos em cursos de equações diferenciais ordinárias de 1º e 2º ciclos e dá-se uma introdução ao estudo das equações diferenciais funcionais, com ênfase em resultados recentes sobre o comportamento assintótico de soluções de equações diferenciais com atrasos usadas em biologia matemática e outras ciências.

**Purpose:** This course complements previous courses in ordinary differential equations and gives an introduction to functional differential equations (FDEs), with emphasis on recent results on asymptotic behaviour of solutions to delay differential equations used in mathematical biology and other sciences.

- **Teoria dos Modelos/ Model Theory**

**Objetivos:** Pretende-se introduzir o aluno doutoral à teoria de modelos e às suas técnicas principais, tendo em conta uma possível dissertação na área. Pretende-se que os tópicos da unidade curricular sejam do interesse também para os alunos não especialistas em lógica matemática. Assim, depois de se introduzirem algumas das noções elementares, focaremos a atenção numa das questões centrais da teoria de modelos: descrever os conjuntos definíveis numa estrutura de primeira ordem. A solução deste problema passa muitas vezes pela existência de eliminação de quantificadores na teoria associada à estrutura em causa. Vamos estudar alguns dos critérios para a obtenção da eliminação de quantificadores e vamos aplica-los à teoria das ordens lineares densas, teoria dos grupos abelianos divisíveis, teoria dos grupos abelianos ordenados divisíveis, aritmética de Presburger, teoria dos corpos algebricamente fechados e teoria dos corpos reais fechados. A eliminação de quantificadores numa teoria tem implicações na geometria dos conjuntos definíveis nos modelos dessa teoria.

**Purpose:** The purpose of this course is to introduce the student to model theory and its main technics, in view of a possible PhD thesis. The course is also addressed to non specialists in the subject. After an introduction we will focus in one of the central questions in model theory, that of definable subsets in a first order structure. The solution of this problem often encompasses the existence of quantifiers

elimination in the theory in study. We shall study some of the criteria for obtention of quantifier elimination and apply it to dense linear orders, divisible abelian groups theory, divisible ordered abelian groups theory, Presburger arithmetics, algebraically closed fields theory and closed real fields theory. Quantifier elimination has implications in the geometry of definable sets in models of this theory.

- **Métodos Matemáticos em Mecânica dos Meios Contínuos / Mathematical Methods in Continuum Mechanics**

**Objetivos:** Após uma descrição da cinemática dos meios contínuos e a introdução dos tensores de deformação, são introduzidas com rigor matemático as principais leis de conservação. A noção de tensor das tensões constitui a chave da compreensão dos fenómenos existentes em qualquer meio físico. Os meios elásticos e os fluidos serão estudados em detalhe, criando as bases necessárias a quaisquer aplicações nestes enquadramentos. Alguns tópicos mais avançados poderão ser escolhidos entre: introdução à teoria da homogeneização, medidas de Young, a convergência à escala, os operadores Neumann-to-Dirichlet e Dirichlet-to-Neumann, conforme o interesse dos alunos discentes.

**Purpose:** After a kinematic description of a continuous medium and after the introduction of deformation tensor, are introduced with mathematical rigor the main conservation laws. The notion of the stress tensor is the key to understanding phenomena existing in any physical medium. The elastic media and the fluids will be studied in detail, creating the foundation necessary for any applications in these frameworks. Some more advanced topics may be lectured within the list : introduction to the homogenization theory, Young measures, the scale convergence, the operators Neumann-to-Dirichlet and Dirichlet-to-Neumann, according to the interest of the students.

- **Probabilidade em Mecânica quântica/Probability in Quantum Mechanics**

**Objetivos:** Pretende-se descrever o conteúdo probabilístico particular da Mecânica Quântica, no contexto Hilbertiano. Indicar as dificuldades matemáticas e de interpretação. Mostrar como o uso da teoria das equações diferenciais estocásticas permite resolver algumas destas dificuldades.

**Purpose:** We describe the special probabilistic content of Quantum Mechanics, in the Hilbertian context. Show the mathematical difficulties and of interpretation. And show how the theory of stochastic differential equations allows to solve some of them.

- **Representação de Grupos / Representation of Groups**

**Objetivos:** Formação complementar em Matemática com o objetivo de proporcionar um sólido conhecimento matemático. Desenvolvimento das técnicas fundamentais da Teoria da Representação de Grupos Algébricos e de Grupos de Lie, dando ênfase especial aos Grupos Clássicos.

**Purpose:** Complementary formation in Mathematics with the objective of strengthening a general mathematical knowledge. Development of the fundamental techniques of the Representation Theory of Algebraic Groups and Lie Groups, giving special emphasis to Classical Groups.

- **Sistemas Hamiltonianos / Hamiltonian systems**

**Objetivos:** Pretende-se fazer uma introdução aos sistemas hamiltonianos dando ênfase às órbitas periódicas.

**Purpose:** The main purpose of this course is to give an introduction to the theory of hamiltonian systems, with emphasis in periodic orbits.

- **Teoria de D-módulos e Geometria Simplética/ D-Modules theory and Symplectic Geometry**

**Objetivos:** Programa amplo, com tópicos a escolher em cada ano. Pretende-se perspetivar o aluno na abordagem das equações diferenciais analíticas sobre variedades usando os métodos da Geometria Algébrica.

O núcleo do programa é a base teórica da análise algébrica das equações diferenciais: variedades analíticas reais e complexas, feixes analíticos coerentes, feixes coerentes sobre o anel dos operadores diferenciais (D-módulos), geometria simplética a partir do fibrado cotangente, D-módulos holónomos, feixes perversos. Os outros pontos correspondem a diferentes vias de aplicação da teoria dos D-Módulos, em que estão abertos problemas de investigação.

**Purpose:** This is a wide program, with topics to be dominant each year. We aim to prepare the student for an approach of analytic pdes on manifolds using the tools of Algebraic geometry. The heart of the syllabus is the foundational material for the algebraic analysis of partial differential equations: real and complex analytic manifolds, coherent analytic sheaves, coherent sheaves over the ring of differential operators (D-Modules), symplectic geometry from the cotangent bundle, holonomic D-modules and perverse sheaves. The remaining points correspond to different research issues for D-Module theory.

- **Teoria das Matrizes/Matrix theory**

**Objetivos:** Espera-se que os estudantes adquiram formação geral em Teoria das Matrizes e tomem conhecimento de problemas de investigação nos tópicos referidos no programa.

**Purpose:** We intend that the students obtain general notions in Matrix Theory and are introduced to research problems related to the topics in the syllabus.

- **Teoria Matemática da Elasticidade/ Mathematical Theory of Elasticity**

**Objetivos:** Conceitos básicos de mecânica do contínuo, mecânica reacional e termodinâmica. Elasticidade em dimensão 3. Geometria diferencial e elasticidade. Curvatura de Riemann e tensores de torção de Cartan. Formulação geométrica da elasticidade. Estruturas elásticas finas.

**Purpose:** Basic concepts of continuum mechanics, rational mechanics and thermodynamics. Three dimension elasticity. Differential geometry and elasticity. Riemann curvature and Cartan torsion tensors. Geometric formulation of elasticity. Thin elastic structures.

- **Teoria dos Semigrupos Inversos / Theory of Inverse Semigroups**

**Objetivos:** Este curso tem por objetivo fornecer aos alunos os conhecimentos básicos sobre a teoria dos semigrupos inversos, necessários quer para o desenvolvimento dos seus estudos nesta área quer para trabalharem em classes mais gerais de semigrupos. Será salientada a interação entre a teoria dos semigrupos inversos e a teoria dos grupos.

**Purpose:** This course aims to provide the students with the basic knowledge on the theory of inverse semigroups, necessary to develop their studies in this area or to work in more general classes of semigroups. The interaction between the theory of inverse semigroups and the theory of groups will be enhanced.

- **Teoria das Singularidades/Singularity theory**

**Objetivos:** Introduzir os fundamentos da teoria das singularidades, dando uma visão dos problemas em aberto na área sempre que possível.

**Purpose:** To introduce the students to the foundations of Singularity Theory, presenting a vision of the open problems in the area whenever possible.

- **Tópicos de Lógica Matemática / Topics in Mathematical Logic**

**Objetivos:** Esta unidade curricular é dirigida a estudantes que já têm alguma familiaridade com a lógica matemática. O curso deve cobrir tópicos que são importantes na lógica matemática contemporânea e que geralmente não se dão em cursos mais introdutórios.

**Purpose:** This course is intended to students already familiar with the basics of mathematical logic. The course should cover topics which are important in contemporary mathematical logic but are usually omitted in more introductory courses.

- **Tópicos Matemáticos de Biologia / Mathematical Topics from Biology**

**Objetivos:** Este curso propõe-se conduzir estudantes ao nível atual da investigação em tópicos de Biomatemática, permitindo a iniciação em problemas de investigação. Vários modelos com sistemas dinâmicos são discutidos em detalhe, tendo em conta a natureza não-linear dos sistemas biológicos. Em muitos destes sistemas, quando o ruído populacional tem um papel determinante, utilizam-se modelos estocásticos. O seu tratamento, da modelação à análise de dados, incluindo funções de verosimilhança e modelos Bayesianos, e ainda flutuações em biologia populacional e em evolução, constituem uma parte importante do curso. Além dos modelos homogêneos, que não têm em conta a diferenciação temporal ou espacial, o curso estuda modelos com estrutura etária e sistemas com distribuição espacial, conducentes a equações de transporte e de reação-difusão. Estes tópicos contêm matéria opcional entre os conteúdos dos itens principais e aplicações da ecologia, epidemiologia, dinâmica neuronal e evolução.

**Purpose:** This course is designed to bring the students to the current research level in some topics of Biomathematics, and enable them to start research in open problems. Since biological systems are inherently non-linear, several dynamical systems models are discussed in detail. In many biological systems, when population noise plays a decisive role, stochastic processes are used. Their treatment from modelling to data analysis, including likelihood functions and Bayesian approach, as well as fluctuations in population biology and evolution, is an important part of the course. Besides homogeneous models with no particular time or spatial aspects, the course also present age-structured models and spatially extended systems, leading to transport and reaction diffusion equations. These topics contain optional material

among the main content items and applications from ecology, epidemiology, neuro-dynamics and evolution.

- **Álgebra Multilinear (D) / Multilinear Algebra (D)**

**Objetivos:** Pretende-se que, neste curso avançado, os estudantes adquiram destreza com o cálculo tensorial e contactem com uma variedade de aplicações da Álgebra Multilinear. No final do curso deverão ter capacidade suficiente nestes domínios para poderem, se assim o desejarem, prosseguir os seus estudos em temas relacionados. Como curso avançado incidirá sobre classes simétricas de tensores: representações dos grupos simétricos finitos, decomposição das potências tensoriais como somas diretas de classes simétricas de tensores, funções generalizadas de matrizes.

**Purpose:** The aim of this advanced course is to dominate tensor technics and to contact with a number of applications of this discipline. It is intended that, by end of the course, the students should be able to proceed with their studies on related subjects, if they wish. As an advanced course it will incise also on tensor symmetric classes: representations of finite symmetric groups, decomposition of tensor powers as direct sums of symmetric classes of tensors, generalized fuctions of matrices.

- **Biomatemática (D) /Biomathematics (D)**

**Objetivos:** Este curso é uma versão avançada de uma disciplina de mestrado, propondo-se conduzir estudantes ao nível atual da investigação em tópicos de Biomatemática, permitindo a iniciação em problemas de investigação.

**Purpose:** This course is an advanced version of a master course with the same name. It is intended to guide students to present research topics in Biomathematics, allowing the initiation to further research.

- **Álgebra Universal (D) /Universal Algebra (D)**

**Objetivos:** Como curso avançado: aquisição dos conhecimentos e das competências básicas em Álgebra Universal, necessárias a quem deseje desenvolver trabalho de investigação nesta área ou áreas afins, mas também úteis a quem continue os seus estudos em qualquer outra área do domínio da Álgebra. Desenvolvimento de pelo menos um dos tópicos com mais repercussão na investigação atualmente desenvolvida em Álgebra Universal ou áreas afins (apresentados no conteúdo programático como tópicos opcionais).

**Purpose:** As an advanced course: acquisition of the basic notions and competencies needed to start doing research on Universal Algebra or on any affine research area, but also useful as tools for anyone who keeps studying any topic in Algebra. To develop at least one of the most influential topics in current research on Universal Algebra or affine areas (presented in the syllabus as optional topics).

- **Análise Estocástica (D) / Stochastic Analysis (D)**

**Objetivos:** Ao concluir com aproveitamento este curso avançado o aluno deverá ser capaz de: Explicar com clareza conceitos da Teoria da Probabilidade e da Análise Estocástica; Demonstrar certos resultados teóricos; Usar os conhecimentos adquiridos na resolução de problemas. Em particular, os seguintes tópicos avançados serão focados: Equações diferenciais estocásticas em dimensão infinita. O processo de Wiener em espaços de Hilbert. Integral estocástico em espaços de Hilbert. Existência e unicidade de soluções de Equações de Evolução Estocásticas.

**Purpose:** On successful completion of this advanced course the student must be able to: Explain clearly concepts from advanced Probability Theory and Stochastic Analysis; Give proofs of certain theoretical results; Use the acquired knowledge to solve problems. In particular, the following advanced topics will be focused: Infinite dimensional stochastic differential equations. Wiener's process in Hilbert's spaces. Stochastic integral in Hilbert's spaces. Existence and unicity of solutions of Stochastic evolution equations.

- **Análise Numérica das Equações Diferenciais (D) / Numerical Analysis of Differential Equations (D)**

**Objetivos:** Pretende-se com este curso avançado que os alunos obtenham conhecimentos sobre o tratamento numérico das equações diferenciais através do método dos elementos finitos e que implementem este método no computador. Será usada a linguagem de programação de alto nível C++ e ferramentas informáticas como FreeFem++ e Scilab. Tópicos avançados: Problemas de valores e vetores próprios. Exemplo numérico: estudo da corda vibrante.

**Purpose:** The goal of this advanced course is that the students learn how to solve numerically differential equations by the finite element method, and how to implement this method in the computer. The high level programming language C++ will be used, together with other softwares like FreeFem++ and Scilab. Advanced course: Eigenvectors and eigenvalues problems. Numerical example: the vibrating string.

- **Anéis, Álgebras e Representações (D) / Rings, Algebras and Representations (D)**

**Objetivos:** Esta unidade curricular completa, ao nível da pós-graduação, uma formação fundamental e avançada na área da Álgebra. Como curso avançado, tópicos a tratar: anéis perfeitos, localização em anéis não comutativos, teoria de Morita, representações modulares de grupos e teoria dos blocos de Brauer.

**Purpose:** The aim of this discipline is to complete, at postgraduate level, a fundamental and an advanced background in Algebra. As an advanced course, topics to be treated: perfect rings, localization in non commutative rings, Morita theory, modular group representations and Brauer blocs theory.

- **Equações com Derivadas Parciais (D) / Partial Differential Equations (D)**

**Objetivos:** Este curso avançado constitui uma introdução ao estudo das Equações com Derivadas Parciais (EDP). São abordados os principais temas da teoria das EDP modernas, nomeadamente questões de existência, unicidade e regularidade das soluções. Serão também estudadas algumas equações não-lineares. Será dada ênfase aos métodos e às técnicas analíticas que permitam ao aluno obter uma base teórica sólida e abrangente em EDP, ficando assim equipado para o estudo de problemas mais avançados. As aplicações físicas da teoria serão exploradas paralelamente ao estudo teórico. Os tópicos avançados serão, como exemplo: Problemas não lineares de tipo elíptico e parabólico. Sistemas de Leis de Conservação.

**Purpose:** This advanced course is intended as an introduction to Partial Differential Equations (PDE). The main topics of the modern theory of PDE are touched upon, namely questions of well-posedness and regularity of solutions. Some non-linear equations will also be studied. I will highlight those analytical methods that will allow the student to obtain a solid and comprehensive basis on PDE, enabling him/her to study more advanced topics. Physical applications of the theory will be explored in parallel to the theoretical study. The advanced topics will include, for example: Non linear problems of elliptic and parabolic type. Conservation Laws systems.



- **Equações Diferenciais e Sistemas Dinâmicos (D) / Differential Equations and Dynamical Systems (D)**

**Objetivos:** Os objetivos deste curso avançado são aprofundar alguns tópicos da teoria qualitativa de equações diferenciais ordinárias (EDO's) sob o ponto de vista geométrico e introduzir os métodos modernos da teoria dos sistemas dinâmicos, em particular a dinâmica discreta. O estudante deve, ao finalizar o curso, estar em condições de lidar com a literatura científica corrente da área. Como curso avançado alguns dos seguintes tópicos serão desenvolvidos: Tratamento unificado a fluxos de equações diferenciais e sistemas dinâmicos discretos, introduzindo pequenos projetos de investigação.

**Purpose:** The purpose of this course is both to review and deepen some topics of the qualitative theory of ODEs from the geometric viewpoint and to introduce the student to the methods of modern dynamical systems theory, in particular those from discrete dynamics. At the end of the course the student should be able to follow the current scientific literature in the area. As an advanced course some of the following topics will be focused: Unified treatment of the flow of differential equations and discrete dynamical systems, introducing short research projects.

- **Física Matemática (D) / Mathematical Physics (D)**

**Objetivos:** Neste curso avançado vamos considerar uma seleção de tópicos de Física-Matemática onde as noções de probabilidades relevantes em Física Clássica e Quântica serão fundamentais, comparar sistematicamente estas duas noções e indicar alguns métodos matemáticos para perceber melhor as relações entre elas. Os alunos deverão, no fim do curso, ser capazes de ler publicações de investigação que usam a teoria das probabilidades e dispor de uma base sólida acerca do seu papel em Física-Matemática. Como tópicos avançados, diferentes aspetos da física-matemática serão abordados, à escolha, cada ano: Métodos geométricos da física, Métodos matemáticos da mecânica clássica, probabilidade em mecânica quântica, Cálculo de variações e Mecânica Clássica.

**Purpose:** In this advanced course we are going to consider a selection of problems in Mathematical Physics where the notions of probabilities relevant in classical and quantum physics are fundamental. We shall compare those two notions and show some mathematical tools to understand better their relations. At the end, the students should be able to read research papers using probability theory and have a solid basis on their role in mathematical physics. As advanced topics, different aspects of Mathematical Physics will be considered, and chosen each year: Geometric Methods in Physics, Mathematical Methods in Classic Mechanics, Probability in Quantum Mechanics, Variational Calculus and Classical Mechanics.

- **Geometria Riemanniana (D) / Riemannian Geometry (D)**

**Objetivos:** O propósito deste curso avançado é introduzir os conceitos fundamentais da geometria Riemanniana. Pretende-se que os alunos adquiram uma formação básica para que possam posteriormente desenvolver e aprofundar aspetos e áreas mais específicas da Geometria Riemanniana, entrando no caminho da investigação. Como curso avançado, abordará tópicos como a teoria da subvariedades dando ênfase ao papel do tensor de curvatura Riemanniana. Teorema de Gauss-Bonnet, o teorema de Cartan-Hadamard, o teorema de Bonnet e o teorema de Ambrose-Cartan-Hicks. O teorema da comparação de Rauch e o teorema da esfera. Outra abordagem possível será o estudo da Geometria Semi-Riemanniana com aplicações à Teoria da Relatividade.

**Purpose:** The purpose of this advanced course is to introduce the fundamental concepts of Riemannian geometry. It is intended that students acquire a basic education so they can further develop and deepen other aspects and more specific areas of Riemannian geometry, entering the path of research. As an advanced course, it will approach eventually topics like sub-manifolds theory emphasizing Riemannian



curvature tensor, Gauss-Bonnet's theorem, Cartan-Hadamard's theorem. Bonnet's theorem and Ambrose-Cartan-Hicks's theorem, Rauch's comparison theorem and the sphere theorem. Another possible topic is the study of the Semi-Riemannian geometry with applications to Relativity theory.

- **Grupos e Álgebras de Lie (D) / Lie Groups and Lie Algebras (D)**

**Objetivos:** O objetivo deste curso avançado é introduzir a noção de Grupo de Lie em estreita ligação com a de Álgebra de Lie assim como os resultados básicos desta teoria com vista a habilitar os alunos tanto para a investigação nesta área como a usá-la como instrumento de resolução de problemas noutras áreas. Como curso avançado, incidirá eventualmente nos seguintes tópicos: Teoria da representação dos grupos de Lie compactos conexos Integração em grupos de Lie; Medidas de Haar; Representações de grupos de Lie; Toros maximais; A fórmula integral de Weyl; O lema de Schur; Coeficientes e carácter de uma representação; O teorema de Peter-Weyl. As aplicações a considerar estarão relacionadas com as escolhas pessoais do docente. Exemplos: equações diferenciais, espaços simétricos.

**Purpose:** The objective of this advanced course is to introduce the theory of Lie Groups in close connection with that of Lie Algebra as well as to provide the basic results in this theory in view of enabling the students both to research and to use them as tools to solve problems within other areas. As an advanced course it will incise in some of the following topics: Representation of compact connected Lie groups. Integration in Lie groups. Haar's measures. Representations of Lie groups. Maximal tori. Weyl's integral formula. Schur's Lemma. Coefficients and character of a representation. Peter-Weyl's Theorem. The applications to be considered will be related to the personal choices of the teacher. Example: differential equations, symmetric spaces.

- **Introdução à Geometria Algébrica (D) / Introduction to Algebraic Geometry (D)**

**Objetivos:** Com este programa avançado, espera-se que o aluno possa aprender não só os fundamentos da Geometria Algébrica moderna como os conceitos de geometria analítica local. Como tópicos avançados: Singularidades de Hipersuperfícies. Invariantes topológicos e analíticos das curvas planas. Singularidades Simples.

**Purpose:** With this advanced course we expect the student to learn not only the the foundations of modern Algebraic Geometry but also the concepts of local analytic geometry. As advanced topics: Singularities of hypersurfaces. Topological and analytical invariants of plane curves. Simple singularities.

- **Lógica Matemática (D)/ Mathematical Logic (D)**

**Objetivos:** O curso vai centrar-se na teoria de modelos pseudo-finitos (teoria de modelos de ultra-produtos de estruturas finitas) e sua aplicações à combinatória assintótica de classes de estruturas finitas. Vamos nos concentrar em particular no teoria de estabilidade e sua aplicações à teoria de estrutura de grafos e grupos finitos grandes. Ultra-filtros e ultra-produtos. Teorema de Los. O espaço de Stone e as ligações entre a lógica e a topologia. Estruturas pseudo-finitos e teoria de estabilidade na teoria de modelos pseudo-finitos. Aplicações à teoria de grafos e teoria dos grupos finitos

**Purpose:** Main topics: Ultra-filters and ultra-products. Los's Theorem. The Stone space and connections between logic and topology. Pseudo-finite structures and stability theory in pseudo-finite model theory. Applications to graph theory and finite group theory

- **Métodos dos Elementos Finitos e Aplicações (D) / Finite Element Methods and Applications (D)**

**Objetivos:** Este curso avançado pretende fazer compreender o método dos elementos finitos, baseado na formulação variacional do problema. Saber implementar o algoritmo numa linguagem de programação para os casos mais simples, saber usar uma ferramenta de elementos finitos para problemas mais complexos. Como tópico avançado: Algoritmos de otimização com constrangimentos. Otimização de estruturas mecânicas.

**Purpose:** This advanced course intends to explain the finite element method, based on the variational formulation of the problem. Ability to implement the algorithm in a programming language for simpler cases, ability to use a finite element tool for more complex problems. As an advanced topic: Algorithms of optimization with constrains. Optimization of mechanic structures.

- **Problemas de Evolução (D) / Evolution Problems (D)**

**Objetivos:** Formação de base e avançada na área das equações (EDPs) de evolução semi-lineares e quase-lineares e aplicações à física, à mecânica do contínuo e à biologia. Como curso avançado focar-se-á na Introdução aos problemas de fronteira livre para equações e sistemas do tipo parabólico.

**Purpose:** Study of fundamental and advanced facts on evolution semi-linear and quasi-linear (PDEs) equations with applications to physics, continuum mechanics and biology. As an advanced course it will focus the introduction to free boundary problems for equations and systems of parabolic type.

- **Semigrupos, Autómatos e Linguagens (D) / Semigroups, Automata and Languages (D)**

**Objetivos:** Este curso avançado tem por objetivo apresentar os fundamentos das Teorias das Linguagens Regulares, dos Autómatos Finitos e dos Semigrupos, as quais constituem não só uma importante área dentro da Álgebra mas são também alguns dos principais pilares da Computação Teórica. Como curso avançado incidirá no desenvolvimento da Teoria de Reiterman para variedades de semigrupos finitos; sistemas de reescrita e apresentações.

**Purpose:** This advanced course aims at presenting the fundamentals of the Theories of Regular Languages, Finite Automata and Semigrupos, which are not only an important area within Algebra but are among the pillars of Theoretical Computer Science. As an advanced course it will incide on developement of Reiterman Theory for finite semigroup varieties: systems of rewriting and presentations.

- **Teoria Ergódica (D) / Ergodic Theory (D)**

**Objetivos:** Pretende-se que os alunos obtenham conhecimentos básicos e avançados de Teoria Ergódica, de modo a conseguirem manejar e aplicar as ferramentas da Teoria Ergódica em outras disciplinas matemáticas. Possíveis desenvolvimentos para o curso avançado: Teoria ergódica das transformações expansoras. Existência de medidas invariantes absolutamente contínuas. Teoria ergódica das transformações diferenciáveis. Expoentes de Lyapunov e o Teorema de Oseledet.

**Purpose:** Students should obtain basic and advanced notions on Ergodic Theory, that allow them to handle and apply the tools of Ergodic Theory to other mathematical subjects. Possible developments for this advanced course: Ergodic theory for expensor transformations. Existence of absolutely continuous invariant measures. Ergodic theory of differentiable transformations, Lyapunov exponents and Oseledet's Theorem.

- **Teoria dos Operadores (D) / Operator Theory (D)**

**Objetivos:** Introdução básica e avançada à teoria dos operadores lineares, prosseguindo a formação dos estudantes em análise funcional. Apresentar um conjunto de aplicações que mostrem o interesse desta teoria. Pretende-se com isto que os alunos adquiram competência na resolução de problemas que envolvam o uso de operadores lineares, em matemática pura e aplicada. Como tópicos avançados: Álgebras de operadores e aplicações - Operadores em espaços de funções.

Temas que podem ser desenvolvidos em paralelo com os assuntos que são tratados no programa.

**Purpose:** Basic and advanced introduction to operator theory, continuing the student's formation in functional analysis. To present a set of applications that show the interest of this theory. It is pretended that the students acquire skill in solving problems that use linear operators, in pure and in applied mathematics. As advanced topics: Operator Algebras and applications-Operators on function spaces. Themes to be deepened together with other subjects in the syllabus.

- **Topologia Diferencial (D) / Differential Topology (D)**

**Objetivos:** Pretende-se neste curso avançado que os alunos obtenham conhecimentos fundamentais de Topologia Diferencial, nomeadamente em Teoria do Grau e Teoria de Morse, de modo a conseguirem manejar e aplicar as ferramentas básicas desta e outras disciplinas matemáticas. O último tópico dependerá da formação dos alunos. Como tópicos avançados: Aplicações da Teoria de Morse e da Teoria do Grau aos Sistemas Dinâmicos; Aplicações da Teoria de Morse ao problema da existência de geodésicas.

**Purpose:** We want in this advanced course students to obtain basic notions on Differential Topology, namely on Degree's Theory and Morse Theory. The students should learn to handle and apply the basic tools of Differential Topology on other mathematical subjects. Last topic will depend on the student's background. As advanced topics: Applications of Morse's and Degree's theories to Dynamical Systems; Applications of Morse's theory to the problem of existence of geodesics.

- **Topologia Algébrica (D) / Algebraic Topology (D)**

**Objetivos:** Conceitos básicos em Topologia Algébrica: Homotopia, Revestimentos, Álgebra Homológica, homologia singular e homologia dos complexos celulares. Característica de Euler-Poincaré.

Como desenvolvimento para uma versão doutoral propomos Teoria dos feixes, cohomologia singular e cohomologia de De Rham de uma variedade suave.

**Purpose:** Basic concepts in algebraic topology: homotopy, covering spaces, homological algebra, singular homology and homology of CW-complexes. Euler-Poincaré characteristic.

As further development as an advanced course we propose sheaf theory, singular cohomology and De Rham cohomology of a smooth manifold.