



# **EVM 2024**

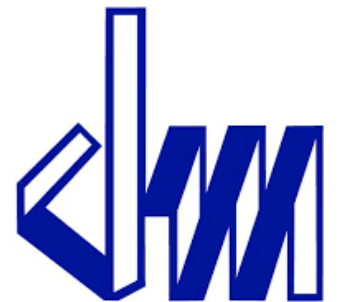
## **Fotos das Apresentações dos Projetos**

[Programa | EVM \(evmfcul.wixsite.com\)](http://evmfcul.wixsite.com)



**Ciências  
ULisboa**

Matemática



# **Joana Ventura (LM)**

Título: *O problema das 8 rainhas*

Mentora: Maria Osório

é o problema das 8 rainhas?

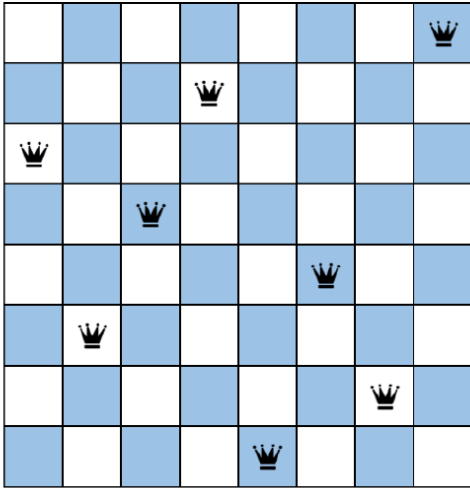


Figure: Solução 1

Código para criar um modelo

```
def gen_rainhas(k):#Dá a fórmula que descreve o problema

#Onde vamos colocar o nosso conjunto de fórmulas
s = Solver()

#Definimos as variáveis
P = [[Bool(f'x_{i}_{j}') for j in range(1,k+1)] for i in range(k)]

#Em cada coluna há pelo menos uma rainha
for i in range(k):
    s.add(Or([P[j][i] for j in range(k)]))

#Em cada coluna há no máximo uma rainha
for u in range(k):
    for i in range(k-1):
        for j in range(i+1,k):
            s.add(Or(Not(P[i][u]),Not(P[j][u])))

#Em cada diagonal há no máximo uma rainha
#Diagonais \
for i in range(k-1):
    for j in range(k-1):
        for u in range(1,min(k-i,k-j)):
            s.add(Or(Not(P[i][j]),Not(P[i+u][j+u])))
```



# João Martins (LF)

Título: *Física dos Números*

Mentora: João Fontinha

Expandimos  $\left(1 - \frac{1}{p^s}\right)^{-1}$  como uma série geométrica:

$$\left(1 - \frac{1}{p^s}\right)^{-1} = 1 + \frac{1}{p^s} + \frac{1}{p^{2s}} + \frac{1}{p^{3s}} + \dots$$

Logo,

$$\prod_{p \text{ primo}} \left(1 + \frac{1}{p^s} + \frac{1}{p^{2s}} + \frac{1}{p^{3s}} + \dots\right) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^s}$$

Portanto, obtemos a série que define a função zeta de Riemann:

$$\prod_{p \text{ primo}} \left(1 - \frac{1}{p^s}\right)^{-1} =$$

Ao considerar a função zeta de Riemann como uma função de partição, podemos tirar as seguintes conclusões:

- 1) Os números primos são os "átomos" da aritmética.
- 2) Cada nível de energia  $\log(n)$  representa um estado do sistema.



# **Leonor Bernardo (LF)**

Título: *Asymptotic Analysis of ODEs*

Mentor: Gabriele Degano

# Asymptotic analysis of ODEs

FCUL

Supervisor: Gabriele Degano

Leonor Bernardo

July 26, 2024



## Analytical Treatment of the Equation

Volterra Integral Equation

- By change of variable  $z(x) = e^{-\omega x} x^\rho y(x)$  and successive integrations...

$$z(x) = 1 + \int_x^{+\infty} K(x, t) F(t) z(t) t^{-2} dt, \text{ where}$$

$$K(x, t) = - \int_x^t \exp[2\omega(t-s)] \left(\frac{s}{t}\right)^{2\rho} ds \text{ is the Kernel,}$$

bounded for a sufficiently large  $t$  ( $|K(x, t)| \leq B$ ).

$F(t) = x^2 [q(x) - q_0 - q_1 \frac{1}{x}] + \rho(\rho + 1)$  is the forcing term, with  $F(t)$  bounded as well for a sufficiently large  $t$  ( $|F(t)| \leq A$ ).

- Existence and differentiability of the solution for the Volterra Integral Equation must be demonstrated.

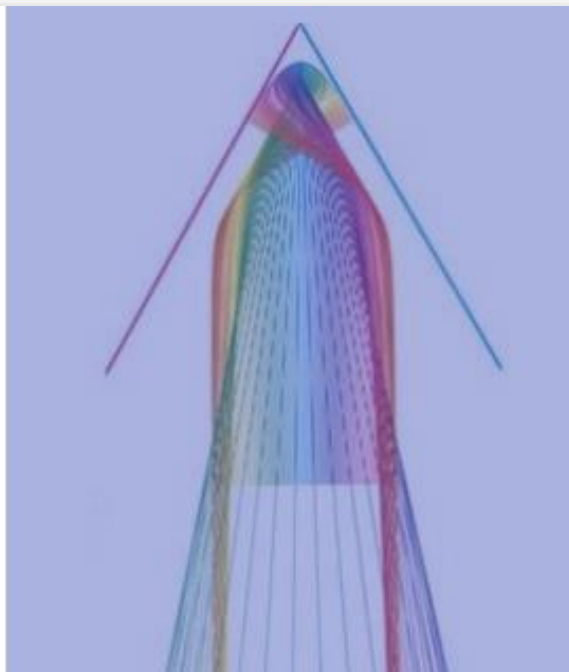


# **Sara Oliveira (LF)**

Título: *Beth Ansatz - The Heisenberg Model*

Mentor: Gabriele Degano





# Bethe Ansatz

A Solution for the 1D Heisenberg Model

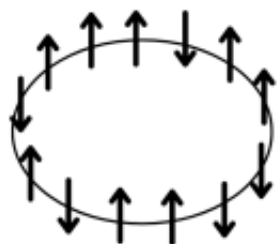
Supervisor: Gabriele Degano



The system in hand is defined by  $\{\mathcal{V}, H\}$  in which  $\mathcal{V}$  is the Hilbert space defined  $\mathcal{V}$  by the tensor product

$$\mathcal{V} = V_1 \otimes V_2 \otimes \dots \otimes V_L, \quad V_i = \mathbb{C}^2, \quad i = 1, \dots, L$$

and  $H$  the Hamiltonian of the Heisenberg Model,

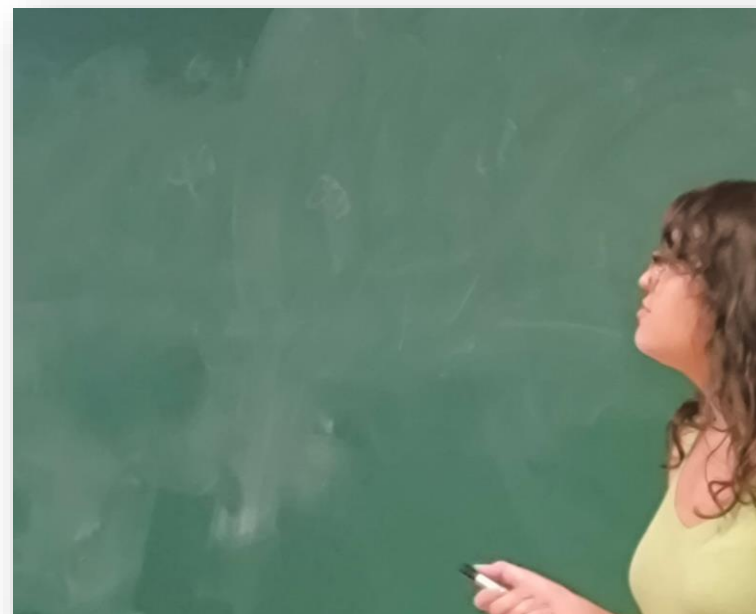


$$H_{\text{XXX}} = -\frac{J}{2} \sum_{n=1}^L (S_n^- S_{n+1}^+ + S_n^+ S_{n+1}^- + 2S_n^z S_{n+1}^z), \quad J \in \mathbb{R}$$

For simplicity we will take  $J = 1$ .

Taking Periodic Boundary Conditions,

$$S_{L+1}^\alpha = S_1^\alpha, \quad \alpha = x, y, z$$



# Tiago Barradas (LF)

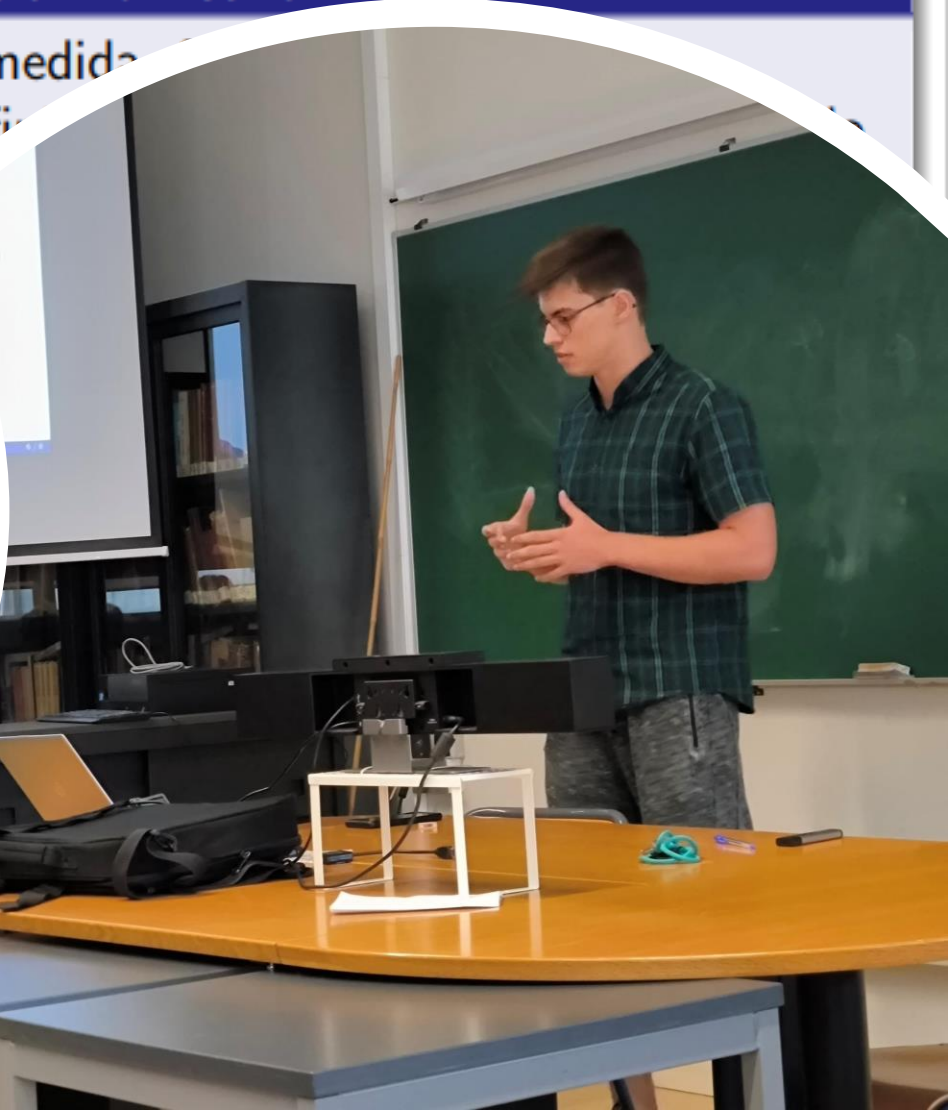
Título: *Recorrência*

Mentor: Tomé Graxinha

# Teorema da Recorrência de Poincaré

## Teorema da Recorrência de Poincaré

em espaço de medida  
invariante e finito



Dado  $E$  um conjunto mensurável. Dado  $\varphi: X \rightarrow \mathbb{R}$  então:

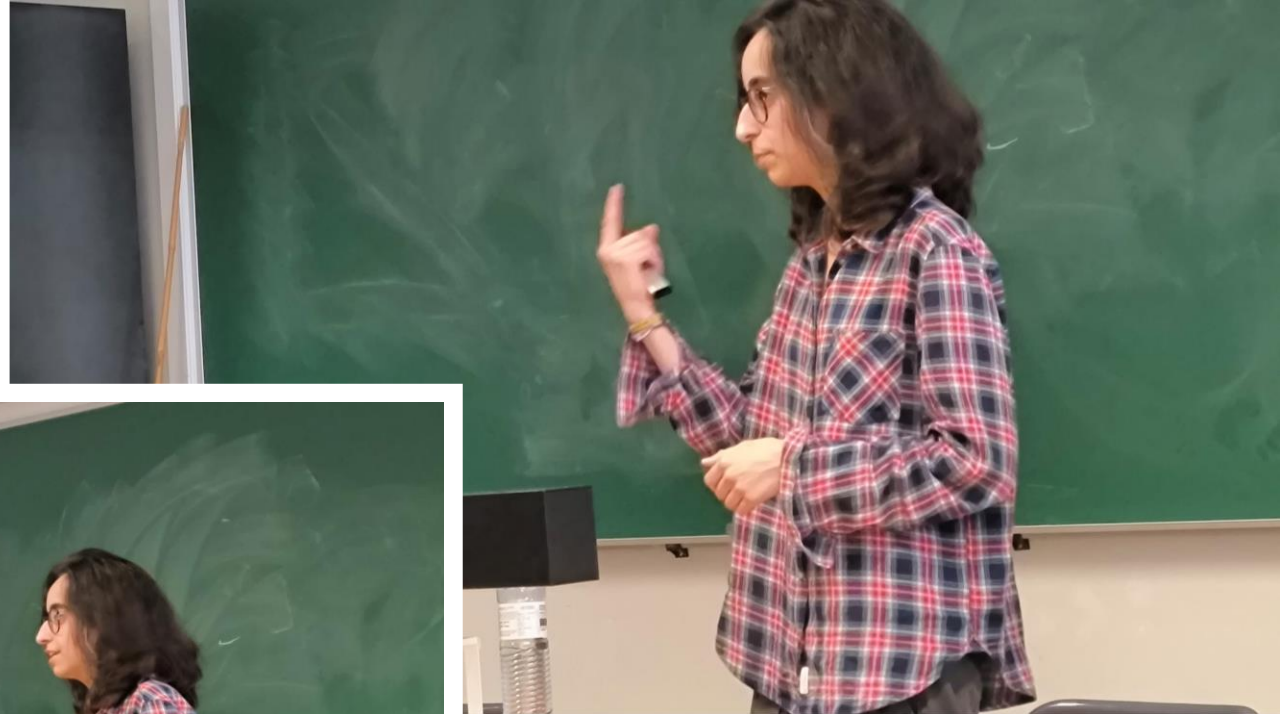
Existe o limite  $\varphi_f := \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1}{n} \sum_{k=0}^{n-1} \varphi(f^k(x))$ , para quase

# **Beatriz Silva (LMA)**

Título: *Modelos Matemáticos em Epidemiologia: Discreto versus Contínuo*


Mentor: Diana Ferreira



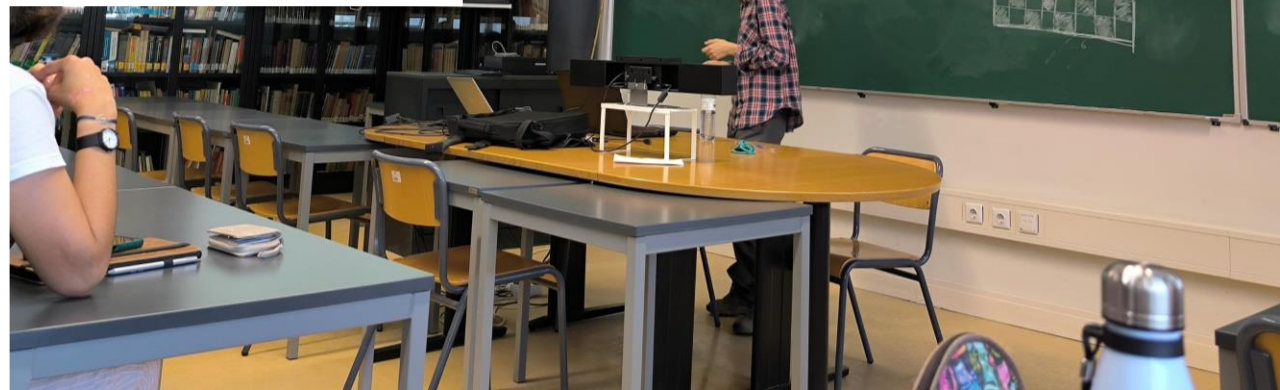


**Vantagens do modelo discreto**

- Fácil comparação com dados reais
- Fáceis de implementar e entender
- Capturam melhor o impacto de intervenções



Modelo de transmissão  
por contacto directo



# Lucas Sinkovec (LMA)

Título: *Como jogar Hex num toro?*

Mentor: Guilherme Velez

# Como jogar Hex num Toro?

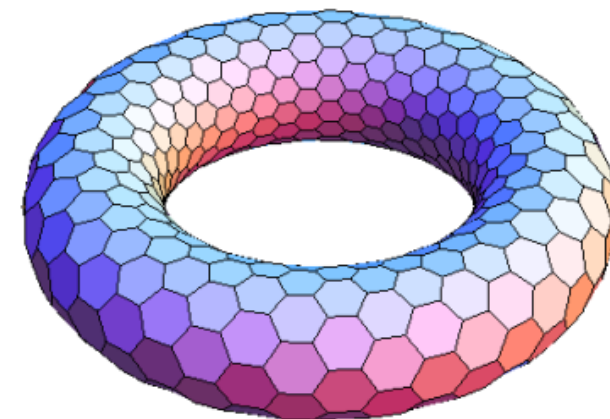
Lucas Sinkovec  
Mentor: Guilherme Velez

Faculdade de Ciências  
Universidade de Lisboa

Estágios de Verão em Matem



e jogarmos o jogo num Toro? Será que continuamos a  
rema do Hex?



# **Eduardo Soares (LM)**

Título: *O milagre da multiplicação*

Mentor: Pedro Campos

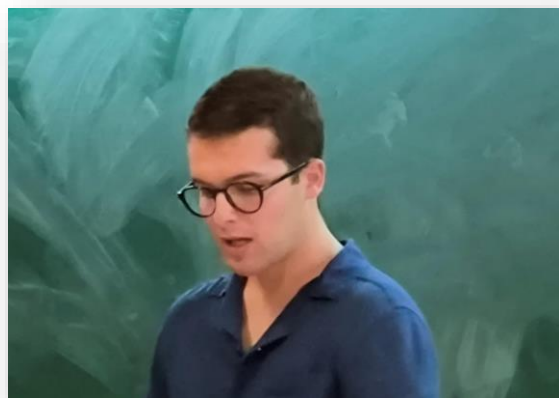


O Milagre da Multiplicação  
EVM - Contraexemplos e Paradoxos em Análise Matemática

Eduardo José Barreira Soares  
Orientado por Pedro Campos

Matemática  
Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa

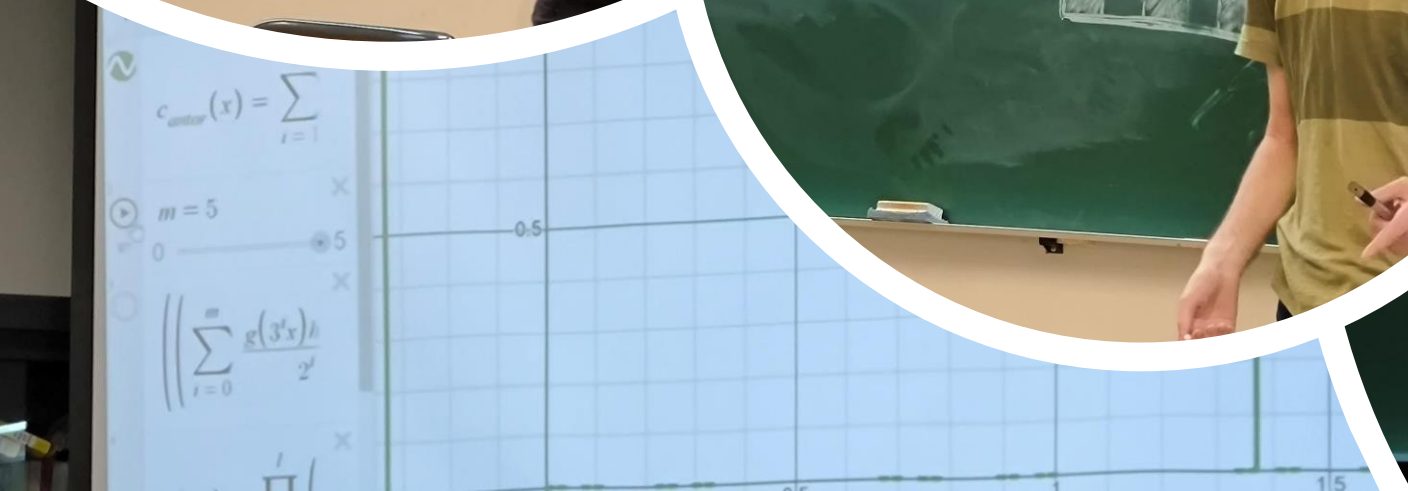
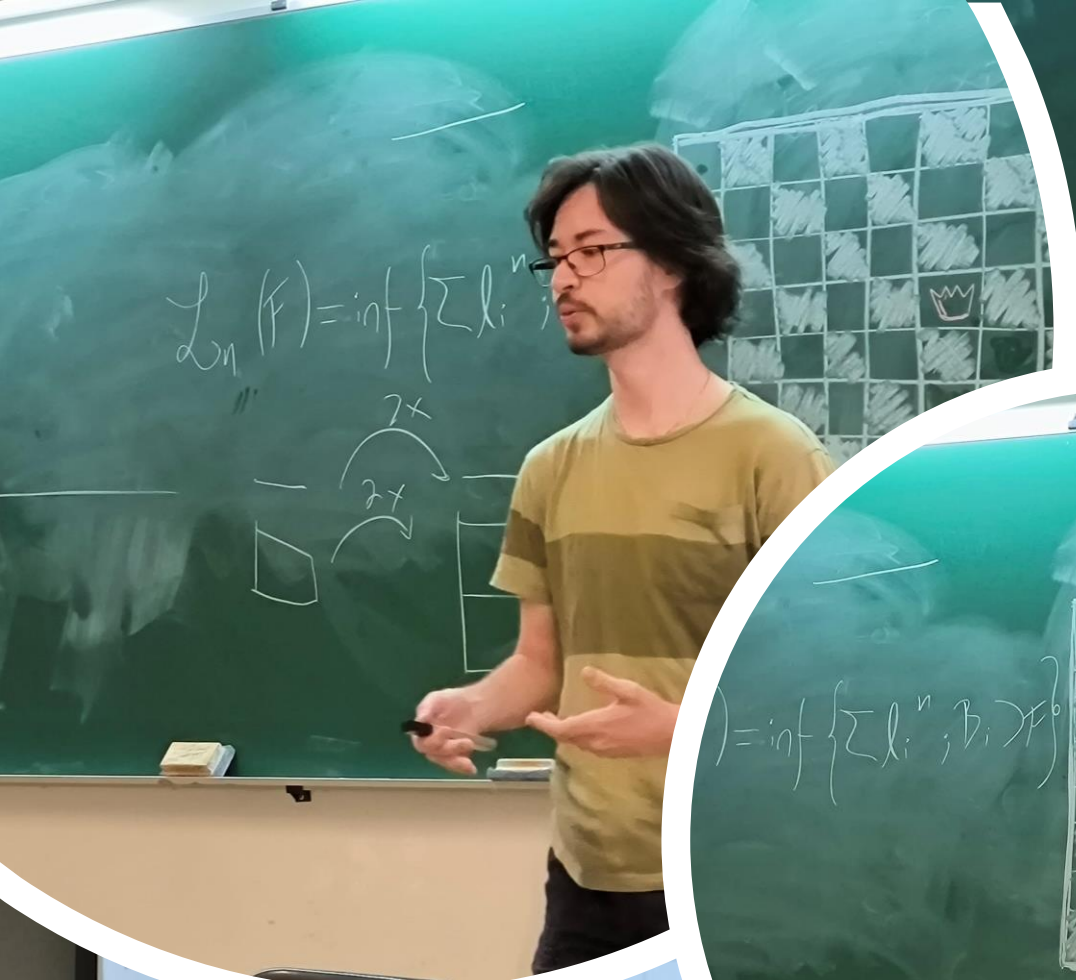
Julho, 2024



## **Lourenço Entrudo (LF)**

Título: *Nem tudo o que é patológico se joga fora: dimensão e cálculo fractal*

Mentor: Guilherme Velez

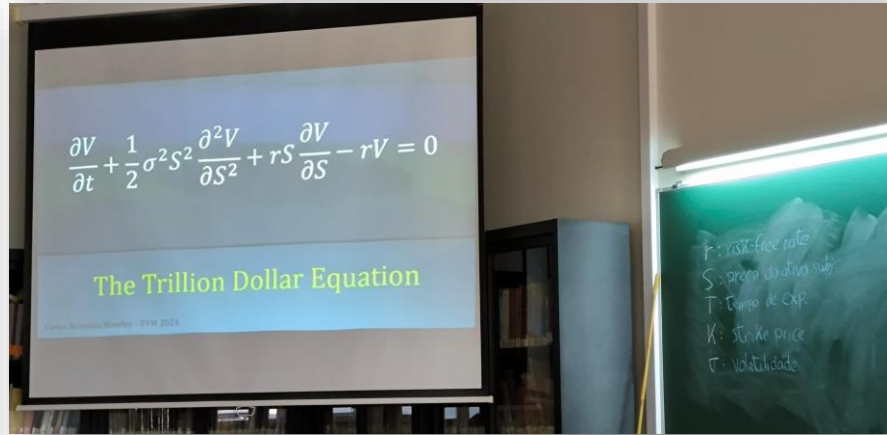
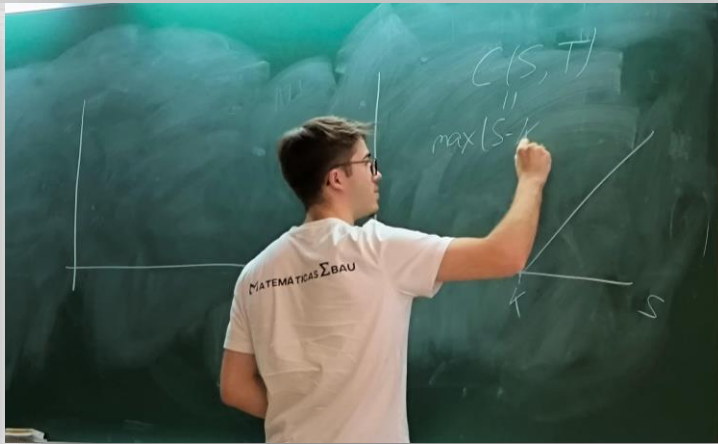
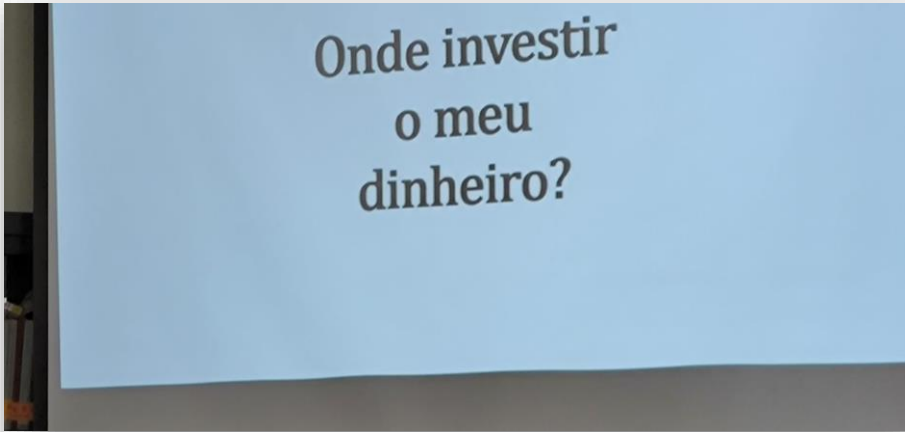


# **Carlos Mendes (LM)**

Título: *The Trillion Dollar Equation*

Mentor: Pedro Campos

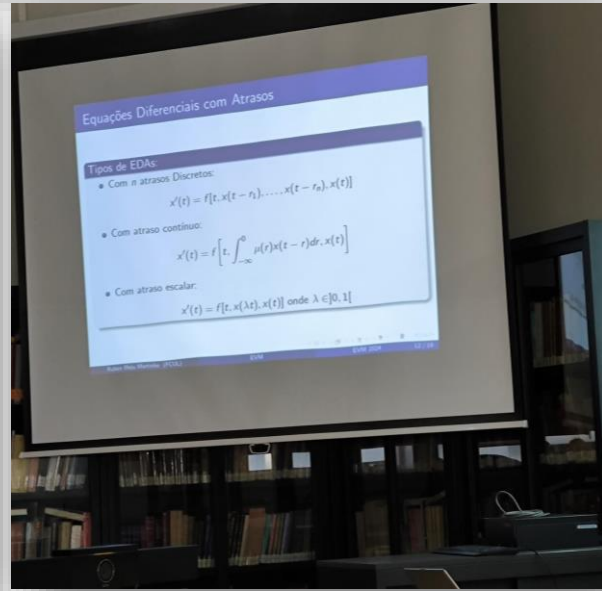




# **Ruben Martinho (LM)**

Título: *Funções quase-periódicas e Aplicações a Equações Diferenciais com Atrasos*

Mentor: Rodrigo Luís

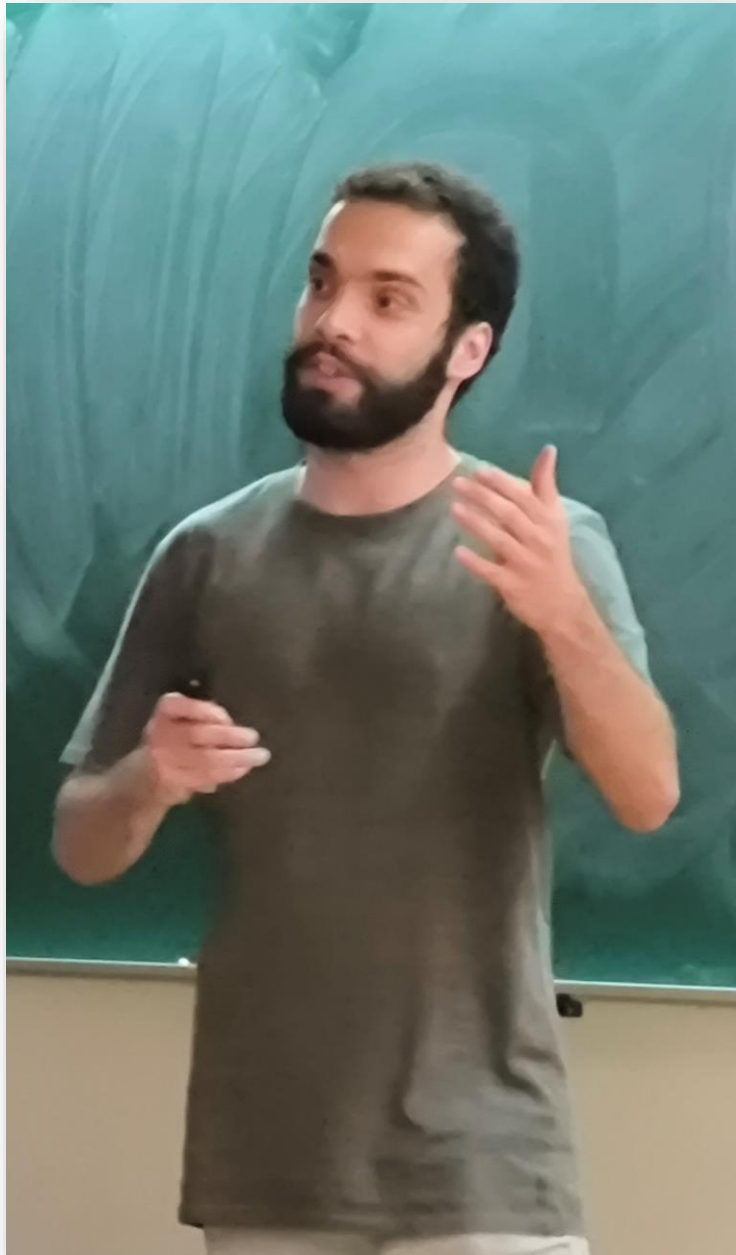


# **Manuel Madelino (LM)**

Título: *Um modelo para dinâmica de discussões*

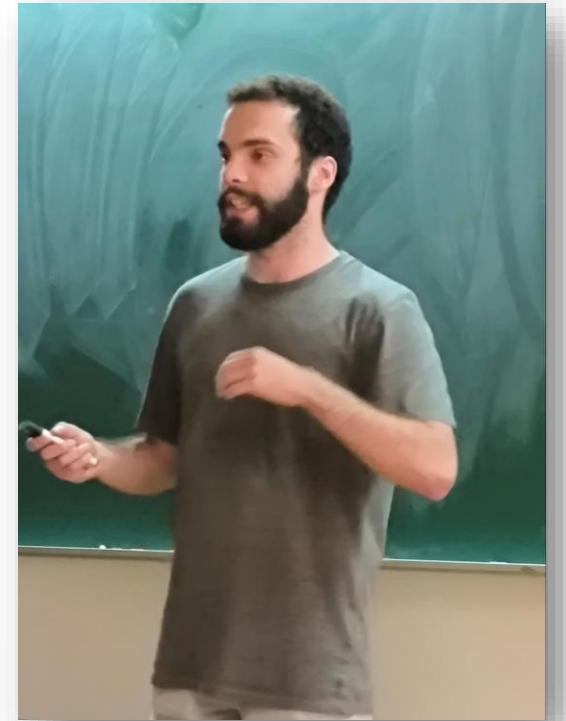
Mentor: Duarte Costa





# UM MODELO PARA DINÂMICA DE DISCUSSÕES

Manuel Madelino  
Mentor: Duarte Costa



## Outros fenómenos

- Teimosia
- Controlar opiniões
- Relutância a mudar de opinião
- Aprender a mentir

$$\left. \frac{dx}{dt} \right|_v = \begin{cases} -\alpha(L_{\mathcal{F}}x)_v & v \notin U \\ 0 & v \in U \end{cases}$$

$$\frac{dx}{dt} = -\alpha L_{\mathcal{F}}x + Bu$$

$$\frac{dx_v}{dt} = -\alpha(L_{\mathcal{F}}x)_v + \alpha\gamma_v((x_0)_v - x_v)$$

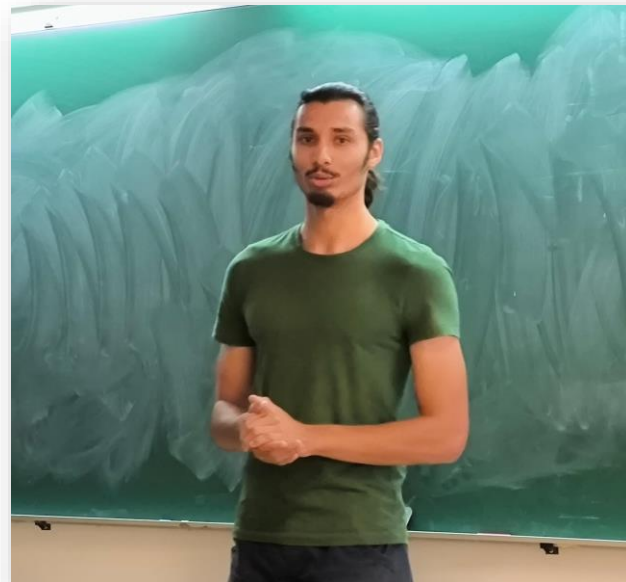
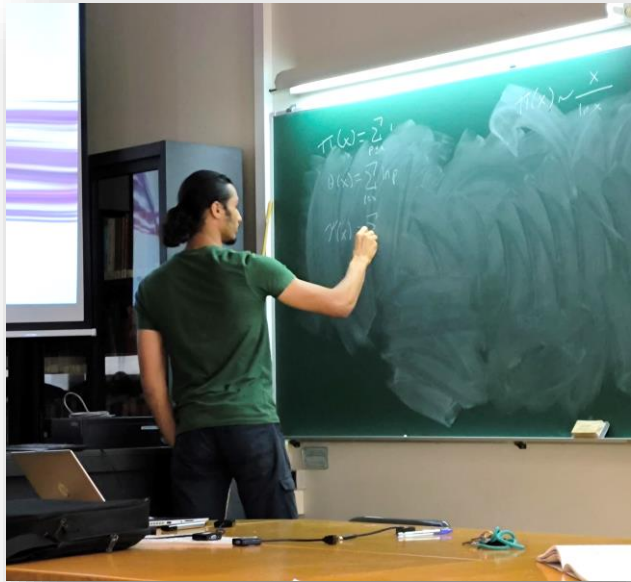
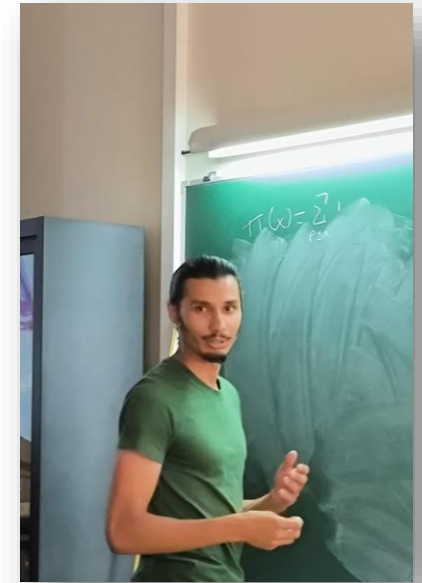
$$\frac{d\delta}{dt} = -\beta P_{\delta}(\delta x x^T)$$



# Roy Lowe (LM)

Título: *O teorema dos números primos*

Mentor: Tomé Graxinha



# Ana Leonor Nunes (LF)

Título: *O Teorema de Kleene: Autómatos e Linguagens*

Mentor: Diogo Abreu





Autómatos Definição

$\mathcal{A} = (Q, A, E, I, F)$

- $Q$  - conjunto de estados
- $A$  - alfabeto
- $E$  - conjunto de transições  
 $E \subseteq Q \times A \times Q$
- $I$  - conjunto de estados iniciais  
 $I \subseteq Q$
- $F$  - conjunto de estados finais  
 $F \subseteq Q$

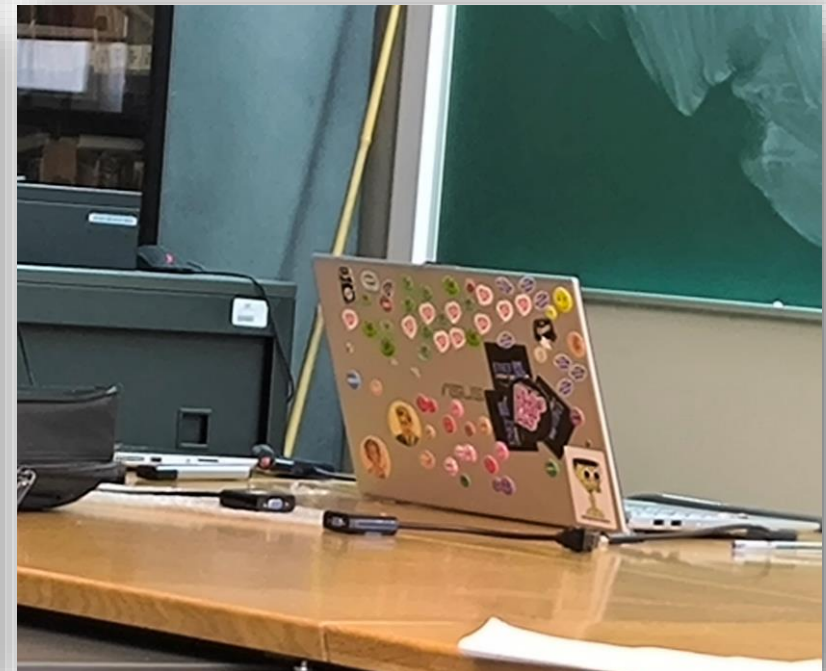
Ana Leonor Nunes T. Kleene: Linguagens e Autómatos EVM 26/07/2024



Autómatos Equivalentes

Dizemos que dois autómatos  $\mathcal{A}$  e  $\mathcal{A}'$  são equivalentes se  $\mathcal{L}(\mathcal{A}) = \mathcal{L}(\mathcal{A}')$   
Qualquer autómato é equivalente a um autómato DCA

Ana Leonor Nunes T. Kleene: Linguagens e Autómatos EVM 26/07/2024



# Francisco Silva (LF)

Título: *Teoria de Twistors e a Equação de Airy*

Mentor: Tomás Inácio

# Teoria de Twistores e a Equação de Airy

Francisco Silva  
Mentor: Tomás Inácio



Mas qual curva?

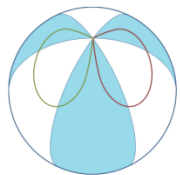


Figure: Curvas fechadas do integral - A equação de Airy tem uma singularidade no ponto  $\lambda = \infty$ , no entanto os integrais estão bem definidos próximo da singularidade nos setores a sombreado. As diferentes curvas dão as diferentes soluções linearmente independentes da equação de Airy.

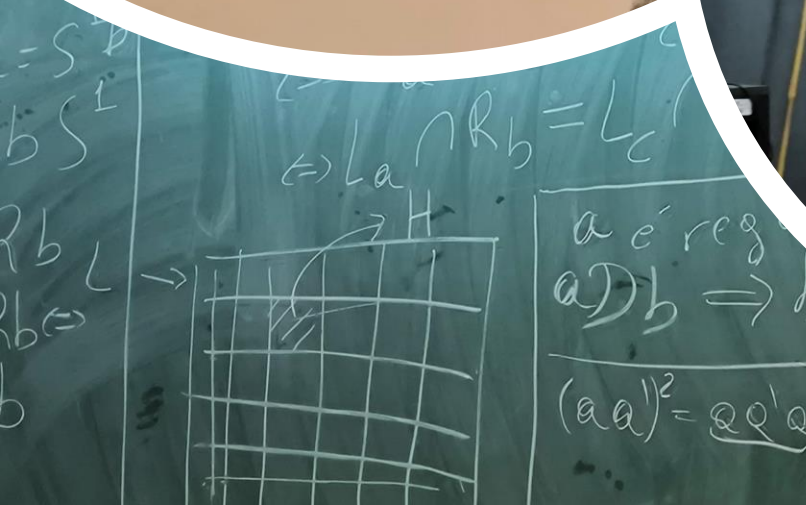
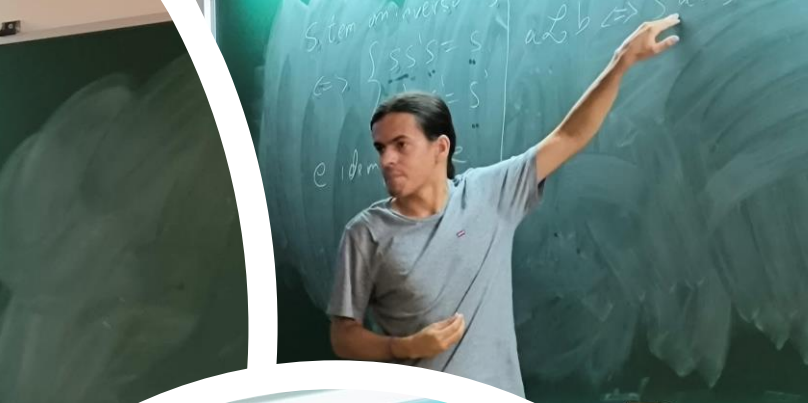
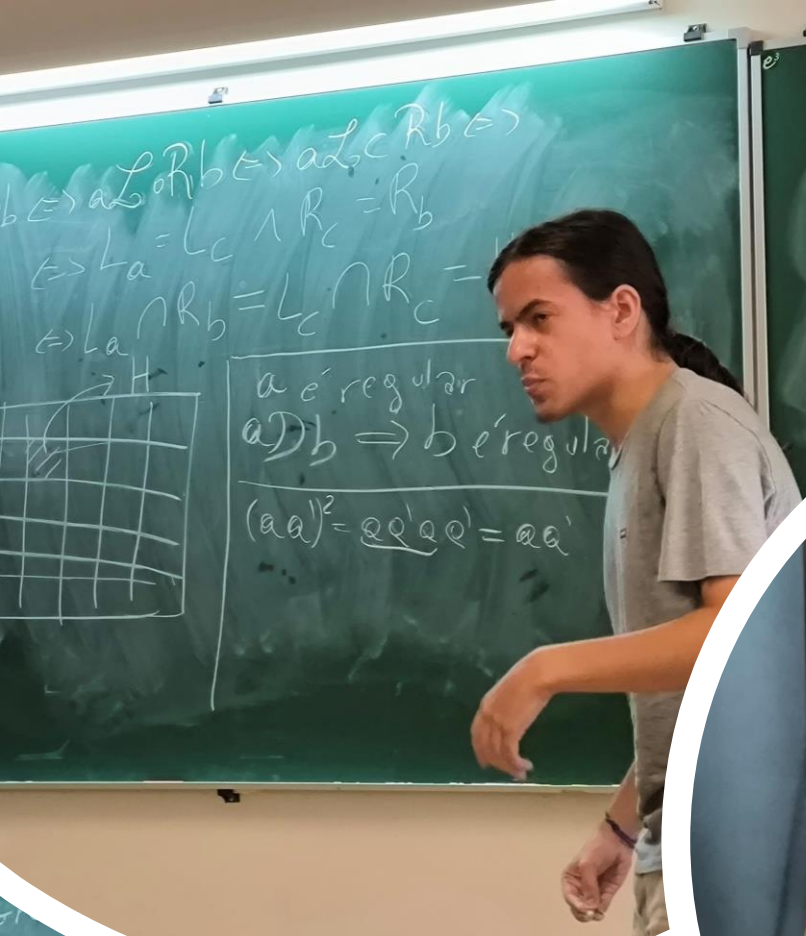


# **Rui Rodrigues (LM)**

Título: *Semigrupos Inversos?*

Mentor: Ana Catarina Monteiro





# **Kostiantyn Kostiuik (LM)**

Título: *Para além dos grupos*

Mentor: Ana Catarina Monteiro

# Para Além dos Grupos

Kostiantyn Kostiuk  
Mentora: Ana Catarina Monteiro



## Formação

Um conjunto de semigrupos inversos  $\mathcal{F}$  é formação se:

- $\forall S \in \mathcal{F}, \phi : S \rightarrow T \implies T \in \mathcal{F}$
  - É fechado para qualquer produto subdireto inverso de uma família finita de elementos em  $\mathcal{F}$ .
- Um semigrupo  $S$  é um produto subdireto de semigrupos  $S_1, S_2$  se existe um mergulho  $\varphi : S \hookrightarrow S_1 \times S_2$  tal que cada projeção induzida  $\pi_i : S \rightarrow S_i$  é sobrejetiva.

$$\begin{array}{ccc} S & \xrightarrow{\varphi} & S_1 \times S_2 \\ & \searrow \pi_1 \circ \varphi & \downarrow \pi_i \\ & & S_i \end{array}$$