

Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa  
cmafcio@fc.ul.pt Tel. (+351) 21 750 00 27

# SEMINÁRIO DE SISTEMAS DINÂMICOS

Dia 2 de dezembro (sexta-feira), às 14H00, na sala 6.2.33

## Sombreamentos em Sistemas Dinâmicos

Raquel Ribeiro

(Universidade de São Paulo - IME - USP – Brasil)

### Abstract:

Estudos em sistemas dinâmicos muitas vezes necessitam da noção de aproximação de órbitas do sistema. Por exemplo, em simulações computacionais sempre temos um erro numérico ao calcular uma trajetória, mas ao mesmo tempo sempre queremos ter a certeza de que o que vemos na tela do computador é uma boa aproximação da órbita do sistema. A noção clássica de aproximação em sistemas dinâmicos é a seguinte: Dado  $\delta > 0$ , uma sequência de pontos  $\{x_j\}_{j \in \mathbb{Z}}$  é uma  $\delta$ -pseudo-órbita para uma aplicação  $f$  se

$$d(f(x_j), x_{j+1}) < \delta, \forall j \in \mathbb{Z}.$$

Uma  $\delta$ -pseudo-órbita é  $\epsilon$ -sombreada por uma órbita de  $y \in M$  se  $d(f^j(y), x_j) < \epsilon, \forall j \in \mathbb{Z}$ . Uma aplicação  $f$  tem a *propriedade de sombreamento* se para todo  $\epsilon > 0$ , existe  $\delta > 0$  tal que toda  $\delta$ -pseudo-órbita  $\{x_i\}_{i \in \mathbb{Z}}$  é  $\epsilon$ -sombreada por uma órbita de  $f$ .

Podemos perguntar quando um sistema tem a propriedade de sombreamento. O primeiro resultado foi o *Lema do Sombreamento*, dado por Anosov, na década de 70, o qual fornece uma condição suficiente para um sistema ter a propriedade de sombreamento. Este lema é uma importante ferramenta no estudo de sistemas dinâmicos hiperbólicos, como por exemplo, para o estudo da estabilidade estrutural, estabilidade topológica, existência de partições de Markov, etc. Determinar quais sistemas possuem a propriedade de sombreamento é um importante problema em dinâmica.

Neste seminário nós estudaremos tipos de sombreamento para sistemas em um determinado contexto, a saber, o genérico. Nós mostraremos que qualquer uma das seguintes hipóteses implica que um conjunto isolado é topologicamente transitivo e hiperbólico: (i) o conjunto é transitivo por cadeia e satisfaz a propriedade de sombreamento, (ii) o conjunto satisfaz a propriedade de sombreamento no limite, ou (iii) o conjunto satisfaz a propriedade de sombreamento em média com a hipótese adicional que as variedades instável e estável de qualquer par de órbitas críticas intersectam uma a outra. O resultado se encontra em [1]. De acordo com o tempo, nós discutiremos os tipos de sombreamento no atrator geométrico de Lorenz, um importante exemplo na teoria de sistemas dinâmicos.

Seminário financiado por Fundos Nacionais através da FCT – Fundação para a Ciência e a Tecnologia no âmbito do projeto UID/MAT/04561/2013